山西大学

2021 届硕士学位论文

一维间距可调单原子阵列的搭建及其在原子集体效应研究中的应用

作者姓名　　毋　伟

指导教师　　张天才　　教 授

　　　　　　李　刚　　教 授

学科专业　　光　学

研究方向　　量子光学

培养单位　　量子光学与光量子器件国家重点实验室

　　　　　　山西大学光电研究所

学习年限　　2018 年 9 月至 2021 年 6 月

二〇二一年六月

Thesis for master's degree, Shanxi University, 2021

Construction of 1D Distance-Tunable Single Atom Chain and Its Application in Atomic Collective Effects Research

Student Name	Wei WU
Supervisors	Prof. Tiancai ZHANG
	Prof. Gang LI
Major	Optics
Specialty	Quantum Optics
Department	State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices Institute of Opto-Electronics
Research Duration	2018.09 - 2021.06

June 2021

目 录

Contents

中 文 摘 要

原子与原子之间的耦合相互作用和多原子集体效应的研究是当下冷原子物理领域的重要内容。当一个原子和另一个原子的距离在亚波长量级时，原子之间的相干辐射会极大地改变原子系统整体的光学响应，例如：原子的能级发生频移；激发态的寿命大幅度缩短或者延长；原子的辐射在空间中呈现明显的方向性等。这样的原子系统更多地表现出一种集体的作用效果，而不再是单个原子的行为，称之为集体辐射效应。对于低激发态的铯原子来说，实现原子间的偶极-偶极相互作用需要将原子的间距做得尽可能小，在不同原子间距的情况下，原子系统表现出不同的集体效应。因此，设计一个一维偶极阱阵列，实现间距可调且小于半个波长的一维单原子阵列，并以此来探究原子集体效应的特性是本文的研究重点。

本文的主要工作主要包括：间距可调的一维蓝失谐偶极阱阵列的设计、搭建、调试和一维单原子阵列的俘获，并基于此实验装置在理论上对双原子及多原子间的偶极-偶极相互作用和原子阵列的集体辐射特性进行了研究。除此之外，我们在理论上用蒙特卡洛方法模拟了原子温度对阵列集体辐射的影响。

关键词：偶极-偶极相互作用；单原子阵列；集体效应；量子光学

ABSTRACT

The dipole-dipole interaction between atoms and collective effect of atomic ensembles are two hot topics in the research of cold atom physics. While one atom close to another very near, the coherent radiance between atoms will dramatically modify the ensembles' optical response. This can include, for example, energy levels shift, enhanced or suppressed decay rate and highly dimensional scattering. Since the atoms in ensembles behave as collective rather than independently, we refer this behavior as the collective effect. For the cesium in lower excited states, the atomic distance should be as short as possible in order to achieve strong coupling of atoms via dipole-dipole interaction. In this thesis, we are interested in how to design an experimental system to load the 1D atomic chain in which the atomic distance can be shorter than a half wavelength and investigate how the collective effect changes over the atomic distance.

We design and evaluated a 1D blue-detuned optical dipole traps system, which is consisted of a two-beam interference part and a donut beam part. Then we build the system, capture the 1D atomic chain and investigate the dipole-dipole interaction between two atoms and collective emission of 1D atomic systems. Finally, we simulate how the temperature of atoms influences the collective emission of 1D atomic system in Monte-Carlo method theoretically.

Key words: light induced dipole-dipole interaction; single atomic chain; collective effect; quantum optics

第一章 引言

1.1 冷原子操控简介

1975 年，Theodor Hänsch 和 Arthur Schawlow 提出了激光冷却的理论方案[1]，随后在 1978 年，David Wineland 等人在实验上证实了激光冷却的理论方案[2]。1985 年，美国华人物理学家 Steven Chu 等利用六束对射的激光在实验上实现了钠原子的多普勒冷却[3]，并在 1987 年提出了磁光阱方案，并成功俘获到高密度、低温度的中性原子团，这为基于中性冷原子物理的实验研究奠定了基础[4]。1988 年，美国国家标准计量局(NIST)的 William Phillips 在实验上获得了低于多普勒冷却极限的温度，实现了亚多普勒冷却[5]。巴黎高师的 Claude Cohen-Tannoudji 在理论上解释了 Phillips 的实验现象，提出了 Sisyphus 冷却的理论方案[6]。Steven Chu、Claude Cohen-Tannoudji 以及 William Phillips 因在激光冷却领域所做的开创性工作获得了 1997 年的诺贝尔物理学奖[7]。1995 年，美国国家标准计量局的 Carl Wieman 和 Eric Cornell 在实验上实现了玻色爱因斯坦凝聚[8]，他们因“在碱金属原子稀释气体中玻色-爱因斯坦凝聚的成就，以及关于凝聚特性的早期基础研究”与 Wolfgang Ketterle 分享了 2001 年的诺贝尔物理学奖[9]。

随着磁光阱系统和亚多普勒冷却的提出，冷原子物理开始持续迅猛发展。根据研究原子的数目，冷原子物理可分为冷原子系综物理和单原子物理两个部分。冷原子系综物理主要用来研究与原子确定数目无关的实验，主要应用于原子钟[10]、量子精密测量[11]、量子存储[12]等方面；单原子物理主要研究单比特量级的物理，主要包括原子基本性质的测量[13]、量子比特编码与操控[14]、原子阵列[15]、腔量子电动力学[16]等。

1.2 单原子物理的发展历史和研究进展

单原子物理实验的发展离不开光镊技术的发展。光镊是一种利用强聚焦激光形成光偶极梯度力来俘获和移动原子、纳米颗粒、细胞等微小尺度物体的实验装置。1962 年，莫斯科大学的 Gurgen Askaryan 首次论述了利用等离子体和原子

pondermotive 力的可能[17]；1968 年，苏联科学院光谱学研究所的 Vladilen Letokhov 提出使用驻波场来俘获一维原子阵列的思路[18]；1970 年，Bell 实验室的 Arthur Ashkin 首次探测到微粒的光散射力和梯度力[19]；1978 年，Ashkin 提出了在二能级原子近似下利用偶极力在三维空间俘获中性原子的方法[20]；同年，Bell 实验室的 John Bjorkholm 首次在原子束实验中验证了偶极力对中性原子的作用[21]；1986 年，Ashkin 实现了光镊俘获微粒的实验[22]；同年，时任 Bell 实验室量子电子学研究部主任的 Steven Chu 在 Ashkin 的技术上进一步发展了光镊技术，实现了原子的光学俘获。Ashkin 因为在光镊发展过程中所作的突出贡献，获得了 2018 年的诺贝尔物理学奖[23]。

在冷原子系统中，光镊通常可以用作光学偶极阱。通过合理调整光学偶极阱的空间尺度，使阱内原子的弹性碰撞占主导作用时，就可以利用偶极阱来俘获单个中性原子。单原子实验是研究物理基本问题、验证基本量子技术的重要资源和平台。2000 年，德国波恩大学 Dieter Meschede 利用光学偶极阱首次在实验上俘获了单个中性原子，开启了确定性俘获单原子的研究领域[24]。2001 年，Meschede 进一步提出了利用驻波场实现单原子阵列的方案[25]；同年，法国光学所的 Phillipe Grangier 进一步简化了单原子俘获装置，并证明了原子数的统计分布服从强的亚泊松分布特性[26]。2002 年，Grangier 分析了偶极阱“碰撞阻塞”效应在单原子俘获过程中所起的作用，并从物理上解释了强聚焦偶极阱中单原子装载率为 50%的原因[27]。2003 年，Meschede 在理论上详尽地分析了偶极阱中原子的外态寿命和影响外态寿命的加热机制，并进一步提出了偶极阱中单原子绝热冷却的实验方案[28]。自此，偶极阱中单原子涉及的物理已基本明确，基于单个中性原子的各种基础应用研究在此后迅速展开。2005 年，Grangier 和 Antoine Browaeys 基于单原子制备了纯度为 98.1%的高速率受控单光子源[29]。与此同时，人们开始尝试不同空间尺度的单原子阵列的制备[30-32]，以实现基于中性原子的量子模拟和量子计算，但由于光辅助碰撞机制直接决定了单原子装载率为 50%，空间上大规模扩展单原子阵列的规模遭遇了挑战。2010 年，美国奥塔哥大学的 Mikkel Andersen 提出了光辅助碰撞的实验方案，在实验上实现了 82.7%的装载效率，为实现确定性装载单原子提供了思路[33]。

量子计算是当前和未来很长一段时间里特别火热的研究领域。相比超导系统[34]和离子系统[35]，中性原子系统目前在量子比特空间大规模制备和扩展方面具有领先优势，是最有望实现复杂量子模拟和量子计算的方案之一[36]。其中，单原子阵列的确定性装载是关键的一环，2016 年，美国哈佛大学的 Mikhail Lukin 小组利用 AOD 和 EMCCD 反馈技术实现了一维单原子阵列的确定性装载[30]。同年，Browaeys 小组基于空间光调制器和二维 AOD 实现了任意形状的二维单原子阵列的确定性装载[31]。2018 年，Browaeys 小组基于之前的技术和电动透镜组实现了任意形状的三维单原子阵列的确定性装载[32]。2019 年，Browaeys 小组基于上述的技术构建了三维空间尺度的瓶子阱，实现了确定性装载的三维里德堡原子阵列[37]。

基于偶极-偶极相互作用的原子集体辐射是当下基于单原子系统的另一热门领域，仅 2020 年一年，就有多篇高水平的实验工作。[38-44]

1.3 本文结构安排

本文第一章简要回顾和介绍了冷原子物理和单原子物理的发展历史和研究进展。

第二章主要介绍磁光阱的基本原理、利用蓝失谐偶极阱和红失谐偶极阱俘获单原子。

第三章主要介绍双原子间的偶极-偶极相互作用机制和一维原子阵列中原子的集体效应。

第四章主要介绍一维间距可调单原子阵列的设计、搭建、性能评估和原子俘获。

第五章利用蒙特卡罗方法研究了原子温度对原子阵列集体效应的影响。

第六章指出了未来实验上需要进一步改进的地方以及该实验系统在量子物理研究中的潜在应用。

第二章 冷原子团的实验制备与单原子俘获

2.1 磁光阱

磁光阱(Magneto-Optical Trap，简称 MOT)的主要由三束在立体空间上对打的圆偏振光以及一对反亥姆霍兹线圈构成[45]，其结构如图 2.1 所示。

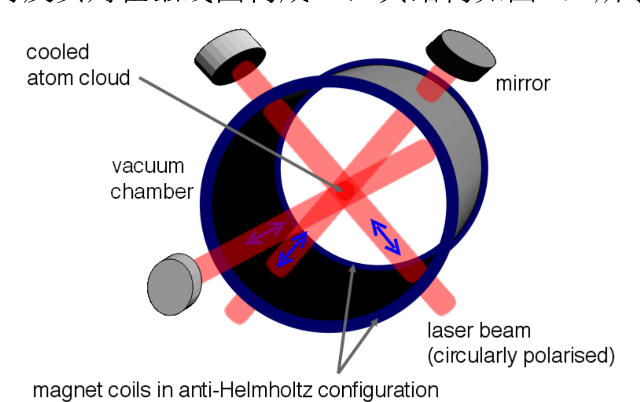


图 2.1 磁光阱结构原理图[45]

反亥姆霍兹线圈由两个磁场方向相反的线圈构成，其磁场空间分布如图 2.2(a)所示，磁场强度在几何中心处最小。在一定范围内，当原子偏离 MOT 中心时，其感受到的磁场变强，其能级的塞曼分裂(Zeeman Shift)也变大。组成 MOT 的三束对射的圆偏振光在空间上形成了圆偏光-线偏光-圆偏光的周期性分布，在 MOT 光红失谐较小的情况下，当原子偏离 MOT 中心一定距离时，原子的 Zeeman 子能级就会与 MOT 光共振，原子会受到 MOT 光束指向磁光阱中心的散射力作用，从而将原子束缚在一定的范围内，构成了开展中性冷原子实验的必备资源——冷原子团。

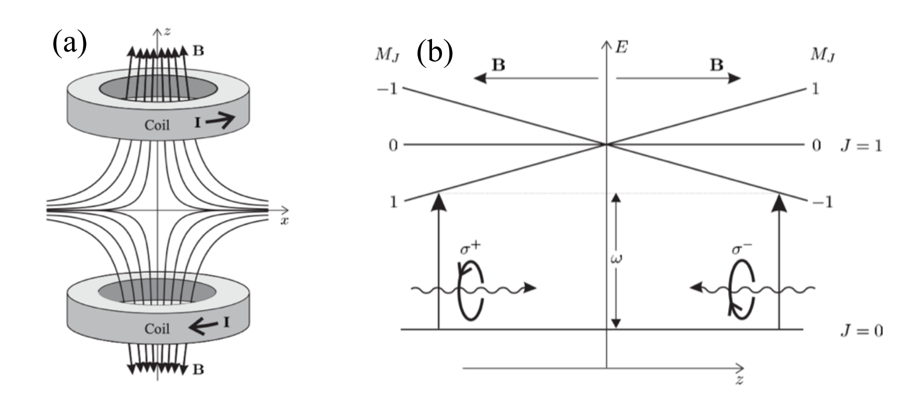


图 2.2 反亥姆霍兹线圈磁场分布图(a)，磁光阱作用机制(b) [46]

2.1 光学偶极阱

光学偶极阱(Optical Dipole Trap)又称光镊(Optical Tweezer)，被广泛应用在生物医学、纳米科学、量子物理等诸多领域。在冷原子物理实验中，光学偶极阱是俘获中性原子的必备工具。通过设计偶极阱的空间尺寸来俘获一个、多个甚至成千上万个原子。在最早观测到光学俘获原子团的实验中[22]使用的光镊，是由一束强聚焦的高斯光束构成的，其失谐量约为 10^4 个原子自然线宽，在 10^{-3}K 的 Molasses 中成功俘获了大约 500 个钠原子。

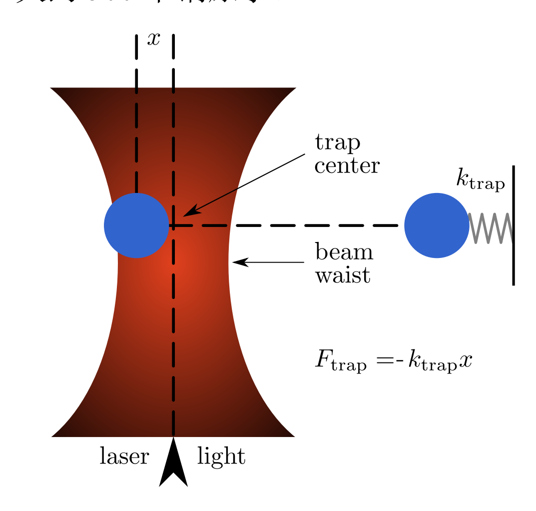


图 2.3 光学偶极阱俘获原子原理图[44]

考虑由高斯光束聚焦形成的偶极阱这一最简单的情形，如果原子的温度小于阱深，那么原子就会被俘获在阱中。被俘获的原子仍具有温度，其在偶极阱中在径向方向 $\boldsymbol{r}$ 和轴向方向 $\boldsymbol{z}$ 上分别感受到一个简谐势场的作用：

$$U(r,z) \approx U_0\left[-1+\frac{2r^2}{w_0^2}+\frac{z^2}{z_r^2}\right] = -U_0+\frac{1}{2}m\omega_r^2 r^2+\frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2 \tag{2.1}$$

其中，w_0是高斯光束的腰斑，$z_r = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$是瑞丽长度，$\lambda$为偶极阱激光的波长，$\omega_r$和$\omega_z$表示原子在阱中两个正交矢量方向的振动频率。由上式可以解出：$\frac{\omega_z}{\omega_r} \sim \lambda/w_0 \ll 1$，说明偶极阱的束缚特性是各向异性的。

对于碱金属原子，通常使用 Rudolf Grimm 等人在 2000 年提出的方法来计算偶极阱深度[48-49]：

$$U_0=\frac{\pi c^2\Gamma I_0}{2\omega_A^3}\left[\left(\frac{1}{\delta_{D_1}^{(-)}}+\frac{1}{\delta_{D_1}^{(+)}}+\frac{2}{\delta_{D_2}^{(-)}}+\frac{2}{\delta_{D_2}^{(+)}}\right)\right.$$
$$\left.-g_F m_F\sqrt{1-\epsilon^2}\left(\frac{1}{\delta_{D_1}^{(-)}}+\frac{1}{\delta_{D_1}^{(+)}}-\frac{1}{\delta_{D_2}^{(-)}}-\frac{1}{\delta_{D_2}^{(+)}}\right)\right] \tag{2.2}$$

该公式由两部分组成，第一部分与偶极阱激光的频率有关，第二部分与原子光学塞曼分裂有关[50]。其中，Γ为原子的自然线宽，$I_0=\frac{2P}{(\pi w^2)}$为高斯光束的光功率密度，P 为偶极阱光功率，w 为俘获原子处的光斑大小，ω_A为原子共振频率，$g_F=\left[F(F+1)+S(S+1)-\frac{I(I+1)}{F(F+1)}\right]$为朗德因子，$\delta_{D_i}^{(\pm)}=\omega_L\pm\omega_D$，$D_i$指碱金属原子的 D_1 线和 D_2 线，椭圆度ϵ与偶极阱激光的偏振矢量有关，其定义为：

$$\vec{\epsilon}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\vec{e}_x\sqrt{1+\epsilon}+i\vec{e}_y\sqrt{1-\epsilon}\right) \tag{2.3}$$

我们的实验中使用的原子是 ^{133}Cs，其 D 线相关参数如表 2.1 所示。当偶极阱光场偏振为线偏振时，阱深公式可简化为：

$$U_0=\frac{\pi c^2\Gamma I_0}{2\omega_A^3}\left(\frac{1}{\delta_{D_1}^{(-)}}+\frac{1}{\delta_{D_1}^{(+)}}+\frac{2}{\delta_{D_2}^{(-)}}+\frac{2}{\delta_{D_2}^{(+)}}\right) \tag{2.4}$$

除此之外，原子的饱和光强可以表示为[51]：

$$I_{sat}=\frac{\hbar\omega_A^3\Gamma}{12\pi c^2} \tag{2.5}$$

因此，阱深还可以表示为另一种等价形式：

$$U_0=\frac{\hbar\Gamma^2 I_0}{24 I_{sat}}\left(\frac{1}{\delta_{D_1}^{(-)}}+\frac{1}{\delta_{D_1}^{(+)}}+\frac{2}{\delta_{D_2}^{(-)}}+\frac{2}{\delta_{D_2}^{(+)}}\right) \tag{2.6}$$

进一步地，对于近失谐光学偶极阱，有$\omega_L\sim\omega_D$，对应有$\delta_{D_i}^{(+)}\gg\delta_{D_i}^{(-)}$，上式可继续简化为：

$$U_0=\frac{\pi c^2\Gamma I_0}{2\omega_A^3}\left(\frac{1}{\delta_1}+\frac{2}{\delta_2}\right) \tag{2.7}$$

其中，δ_i表示偶极阱光场相对 D 线的失谐量。对于远失谐光学偶极阱，有$\omega_L\gg\omega_D$，对应有$\delta_{D_i}^{(+)}\sim\delta_{D_i}^{(-)}$，阱深公式可以近似为：

$$U_0=\frac{\pi c^2\Gamma I_0}{\omega_A^3}\left(\frac{1}{\delta_1}+\frac{2}{\delta_2}\right) \tag{2.8}$$

根据光学偶极阱的波长与原子跃迁线波长的关系，我们可以将偶极阱分为红失谐偶极阱($\delta_i < 0$)和蓝失谐偶极阱($\delta_i > 0$)。通过阱深公式可以看出，红失谐偶极阱对原子而言是一个势阱，在实际操作中俘获原子较为方便，但由于原子始终处于光强最大的位置，原子内态的相干性较差；蓝失谐偶极阱对于原子而言是一个势垒，虽然实验系统更为复杂，难度更大，但能大幅度提高原子内态的相干时间。

表 2.1 ^{133}Cs 的 D 线参数[51]

Γ_{D_1}	$2\pi \times 4.575\text{MHz}$
Γ_{D_2}	$2\pi \times 5.234\text{MHz}$
ω_{D_1}	$2\pi \times 335.116048807\text{THz}$
ω_{D_2}	$2\pi \times 351.72571850\text{THz}$

2.3 红失谐偶极阱中单原子的俘获

单原子俘获的基本原理是碰撞阻塞效应。当 N 个原子被俘获在光偶极阱中时，影响 N 的数目的主要因素有[27]：

(1) 偶极阱装载率 R

(2) 真空气室中背景气体碰撞导致的单体损耗$-\gamma N$

(3) 由多种机制产生的非弹性碰撞所导致的两体损耗$-\beta' N(N-1)$

因此，阱内原子数 N 满足关系式：

$$\frac{dN}{dt} = R - \gamma N - \beta' N(N-1) \tag{2.9}$$

其中，β'是一个与偶极阱空间尺寸有关的参数，偶极阱尺寸越小时β'值越大。通过求解阱内原子数的速率方程，我们可以在 R 取不同值的情况下得到两个稳态范围：当 R 较小时，两体碰撞项可以忽略不计，有$\langle N\rangle \sim R/\gamma$；当 R 较大时，平均原子数$\langle N\rangle$变大，稳态的平均原子数受两体碰撞项的影响，有$\langle N\rangle \sim \sqrt{R/\beta'}$。因此，我们可以适当选择偶极阱的空间尺寸来构建$\langle N\rangle = 1$的情形，实现单个原子的俘获。

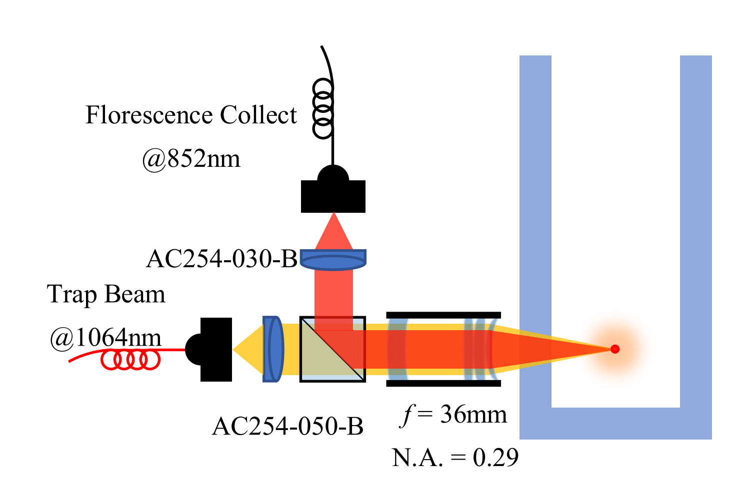


图 2.4 红失谐光偶极阱装置示意图

在铯原子实验中，通常将偶极阱尺寸限制为 2μm 左右即可实现单原子的俘获，常用的红失谐偶极阱结构如图 2.4 所示。俘获单原子的基本实验操作为：

(1) 在荧光收集端口注入与原子跃迁频率共振的激光，调节偶极阱装置，调节收集光路与偶极阱光路在空间上完全重合；

(2) 利用 MOT 制备冷原子团，原子团的状态要尽量稳定；

(3) 使用荧光收集端口的共振光推冷原子团，不断减小共振光的光功率并重复实验，粗调偶极阱位置使其中心与原子团中心尽量重合；

(4) 撤走荧光收集端口的共振光，将收集荧光的光纤接入 SPCM 测量荧光强度，不断减小冷原子团的密度，细调偶极阱的位置使荧光强度最大，当原子团密度足够小时，就可以看到明显的台阶状荧光信号；

(5) 细调荧光收集光路，优化台阶信号的信噪比。

我们实际测量到的台阶信号及其统计分布直方图如图 2.5 所示。

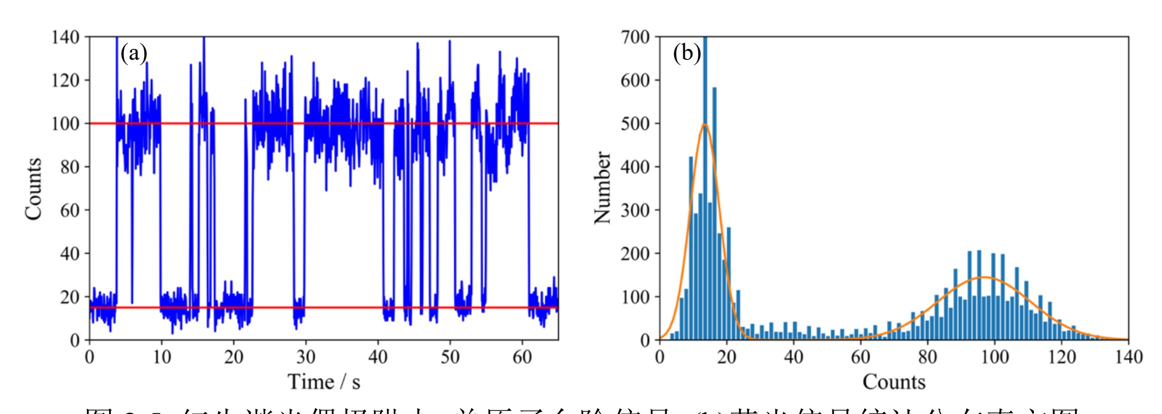


图 2.5 红失谐光偶极阱中 单原子台阶信号 (b)荧光信号统计分布直方图

2.4 蓝失谐偶极阱中单原子的俘获

在红失谐偶极阱中，原子被俘获在光强最强的位置处，偶极阱光的强度、偏振、指向性的起伏可能对原子的性能有很大的影响。在蓝失谐偶极阱中，由于蓝失谐光场对原子的偶极作用是排斥势，原子被俘获在光强最小的地方，可以显著消除偶极阱光缺陷对原子的影响。蓝失谐偶极阱的结构必须像瓶子一样保持在三维空间内完全封闭，因此蓝失谐偶极阱又被形象地称为“瓶子”阱[52]。

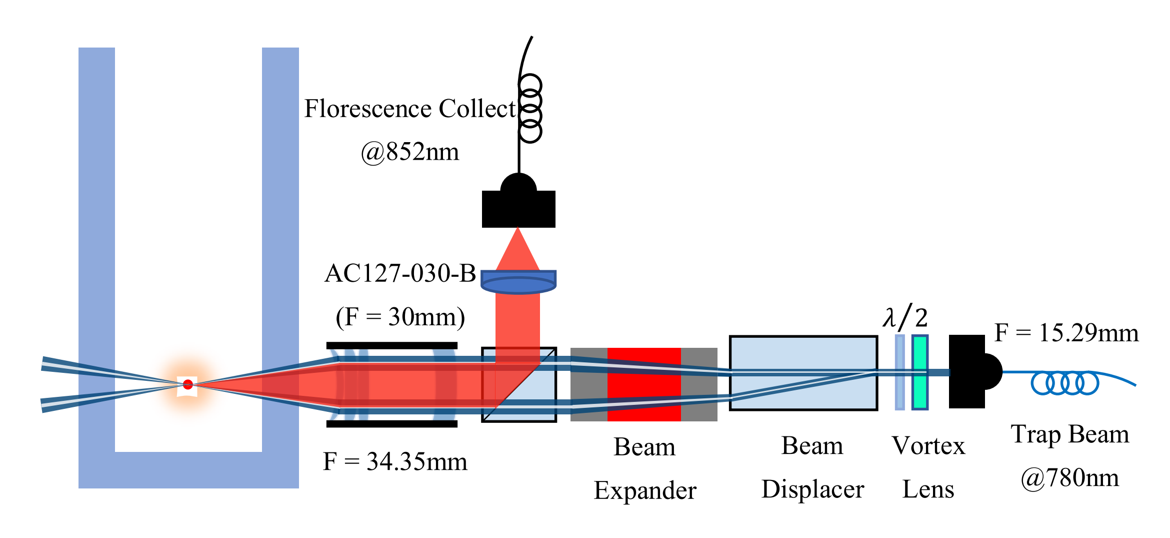


图 2.6 蓝失谐光偶极阱装置示意图

我们使用的蓝失谐偶极阱结构如图 2.6 所示，核心器件是用来产生空心光束的螺旋相位片，我们将在 4.3 节对其原理进行详细的介绍。通过调节二分之波片，我们可在移束器后得到两束偏振方向垂直、光强相同的空心光束。最终，通过高数值孔径透镜组后，两束光在焦点处构成了一个密闭的三维空心光阱。

对于空间尺度很小的蓝失谐偶极阱来说，直接从 MOT 中俘获单原子是比较困难的。我们可以利用在红失谐偶极阱俘获单原子后，将单原子从红移阱中转移到蓝移阱中的办法，来实现蓝移阱中单原子的装载，如图 2.7 所示。

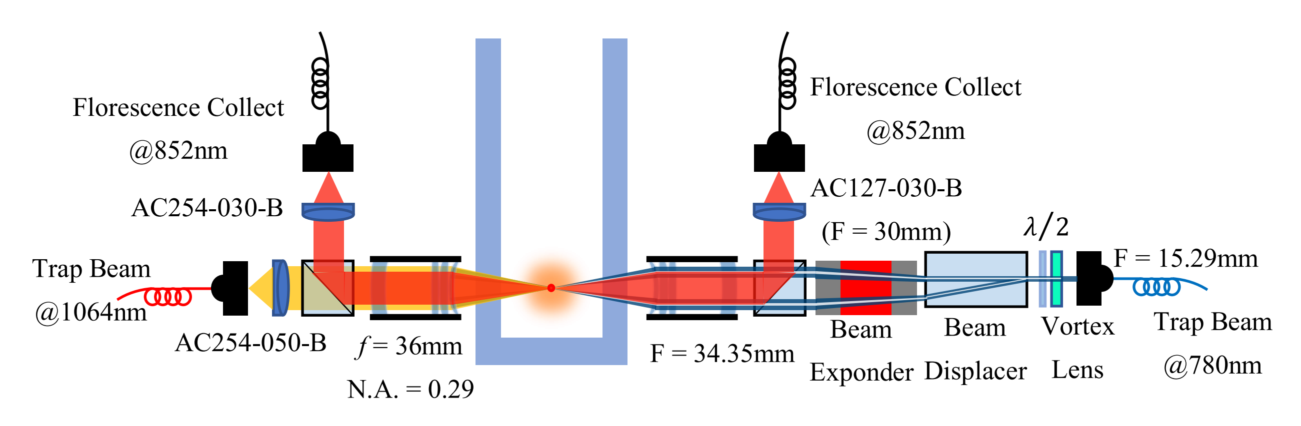


图 2.7 蓝失谐光偶极阱装置示意图

最终，我们观测到的单原子信号统计分布直方图如图 2.8 所示。可以看出，单原子信号的信噪比较差，此处我们仅作为展示，可通过优化荧光收集装置的光路进一步提高信噪比。

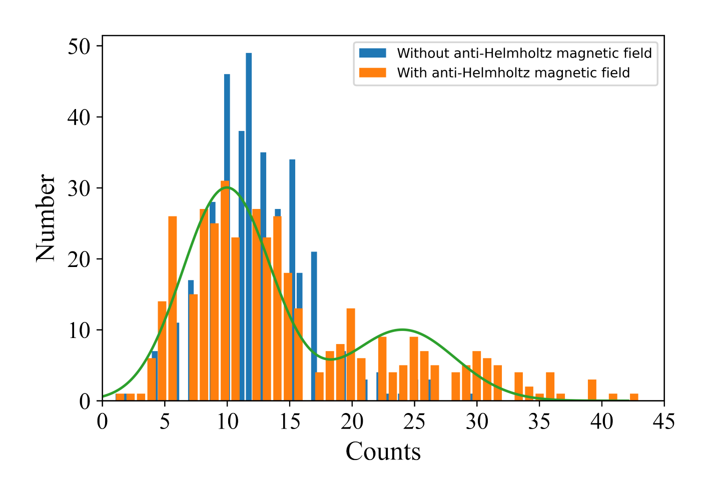


图 2.8 蓝失谐光偶极阱中单原子统计分布直方图，蓝色直方图为关闭反亥磁场的情况，橙色直方图为开启反亥磁场的情况。

第三章 亚波长原子阵列中的集体辐射效应

3.1 原子偶极矩

在经典电动力学中，一个振荡的电偶极子会在空间内辐射电磁波。描述电偶极子的物理量是电偶极矩，其定义式为：

$$\boldsymbol{P} = -e\boldsymbol{r}(t) \tag{3.1}$$

其中，$\boldsymbol{r}$是从正电荷中心指向振动的负电荷中心的矢量。对于孤立的中性原子，其带负电荷的电子云几何中心与带正电荷的原子核重合，电偶极矩为 0。当原子处于电场中时，原子的正负电荷中心会发生偏移，产生感生电偶极矩。当外电场强度较小时，在空间位置q的原子感应到的电偶极矩为[53]：

$$d = \epsilon_0 \alpha E(q) \tag{3.2}$$

其中，ϵ_0为真空介电常数，$E(q)$为q处的电场强度，α为原子极化率，其定义式为：

$$\alpha = i\left(\frac{6\pi}{k_0^3}\right) \Big/ \left(1 - \frac{2i\Delta}{\Gamma_0}\right) \tag{3.3}$$

式中，$k_0 = 2\pi/\lambda_0$为传输波矢，$\Delta = \omega - \omega_0$为外场相对原子共振频率$\omega_0$的失谐，$\Gamma_0$为原子的自然线宽。对于铯原子，其原子极化率随失谐的关系如图 3.1 所示。

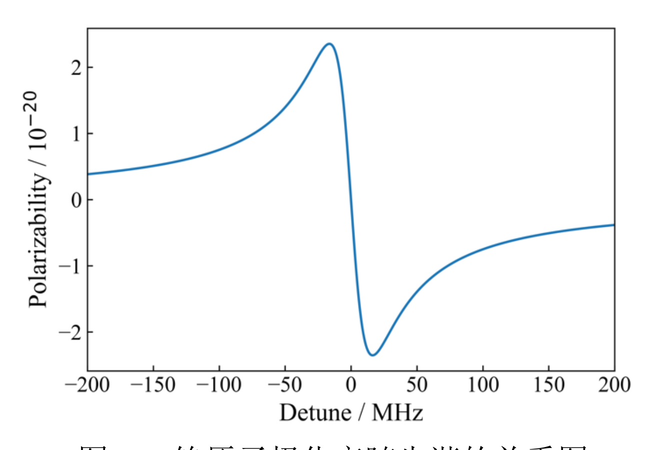


图 3.1 铯原子极化率随失谐的关系图

3.2 二能级原子的共振偶极-偶极相互作用

在自由空间中，一个电偶极子感受到距离其位置r处另一个电偶极子的作用为[54]：

$$V_{dd}=-\frac{d_{eg}^2k^3}{4\pi\epsilon_0}e^{ikr}\left[\left(\frac{1}{(kr)^3}-\frac{i}{(kr)^2}\right)(3\cos^2\theta-1)+\frac{\sin^2\theta}{kr}\right] \tag{3.4}$$

其中，θ为偶极矩与位置矢量r的夹角。对于二能级原子，共振能级宽度可表示为：

$$\hbar\Gamma=\frac{k^3d^2}{3\pi\epsilon_0} \tag{3.5}$$

因此，式(3.4)可改写为：

$$V_{dd}=-\frac{3}{4}\hbar\Gamma e^{ikr}\left[\left(\frac{1}{(kr)^3}-\frac{i}{(kr)^2}\right)(3\cos^2\theta-1)+\frac{\sin^2\theta}{kr}\right] \tag{3.6}$$

可以看出，仅当$kr<1$ $(r<\lambda/2\pi)$时，偶极偶极相互作用强度大于原子与真空环境的耦合强度Γ。分母为kr的这一项在远场时小于真空耦合强度，在近场时又小于分母为$(kr)^3$的部分。

根据二能级原子的两个能级$|0\rangle$和$|1\rangle$，我们可以将两个原子的耦合分为$|00\rangle$、$|01\rangle$、$|10\rangle$和$|11\rangle$四种情况。其中$|01\rangle$和$|10\rangle$两种态为通过偶极偶极相互作用耦合形成的一对简并态，以此定义的两个本征矢$|\pm\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle\pm|10\rangle)$为 Dicke 态。进一步分析可以发现，式(3.6)的实部和虚部分别对应能级的劈裂(兰姆位移)和展宽：

$$\Gamma_{\pm}=\Gamma\pm\Gamma_{12},\hbar\Gamma_{12}=-2\,\mathrm{Im}(V_{dd}) \tag{3.7}$$

$$\mathrm{E}_{\pm}=\pm\Delta_{12},\hbar\Delta_{12}=2\,\mathrm{Re}(V_{dd}) \tag{3.8}$$

图 3.2 两种不同的偶极子排列方式示意图

考虑θ为 0 和$\pi/2$两种情况(如图 3.2)，对应的能级的劈裂(兰姆位移)和对应的寿命如图 3.3 所示。Dicke 态$|\pm\rangle$的自发辐射率的变化分别对应超辐射(Superradiance)和亚辐射(Subradiance)。

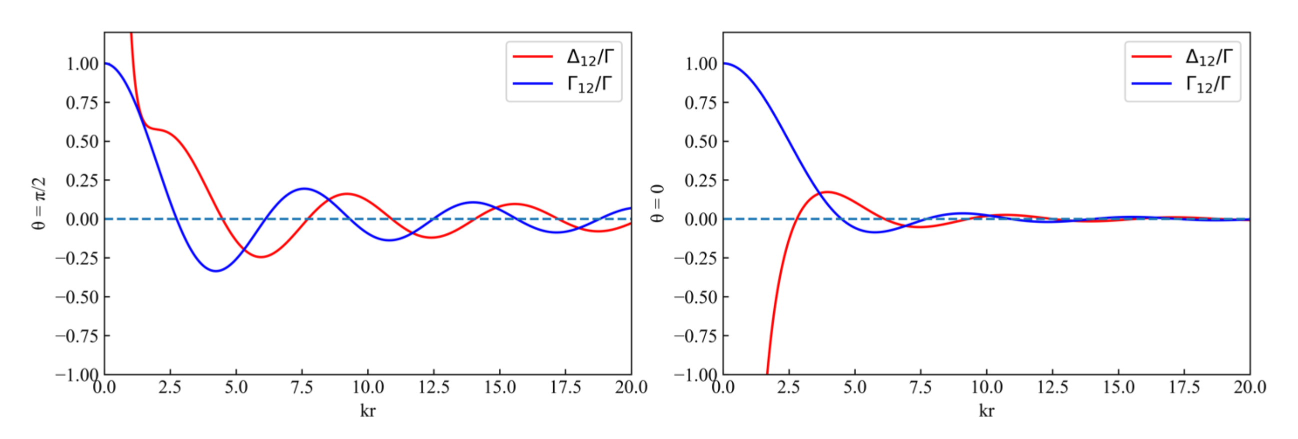


图 3.3 两种特定取向偶极子的偶极-偶极失谐Δ_{12}(红色实线)和衰荡Γ_{12}(蓝色实线)随原子间距的变化

结合图 3.3 进一步分析(3.4)式和式(3.6)。当$kr \ll 1$时，$V_{dd}\sim\frac{d_{eg}^2}{r^3} \gg \hbar\Gamma$，此时原子间发生很强的偶极-偶极相互作用，系统整体的本征值与单个原子的本征值完全不同，原子和原子发生“相干”的作用，不同取向的二能级原子系统的激发态寿命急剧缩短或者大幅延长，其辐射场表现出强烈的超辐射或亚辐射特性。当$kr \gtrsim 1$时，$V_{dd}\sim\frac{\hbar\Gamma}{kr}\sim\hbar\Gamma$，系统等价于普通的自旋耗散模型，原子间的偶极作用可忽略不计。

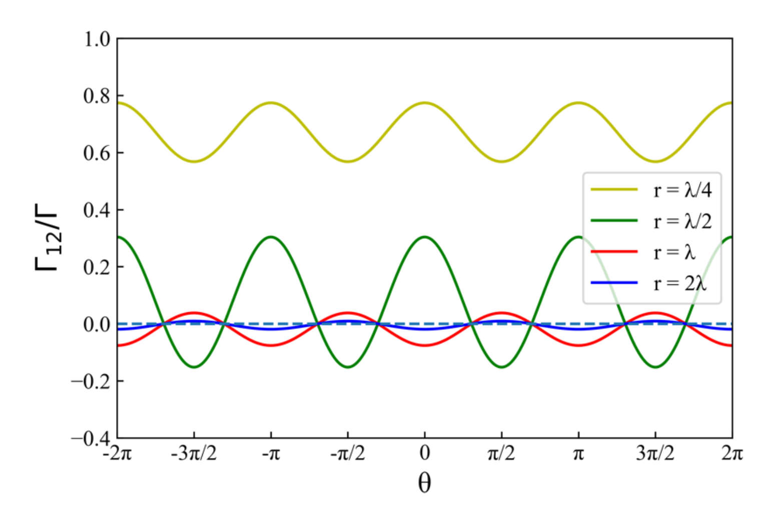


图 3.4 两种特定取向偶极子的偶极-偶极失谐Δ_{12}(红色实线)和衰荡Γ_{12}(蓝色实线)随原子间距的变化

除此之外，原子偶极矩的方向也是决定偶极偶极相互作用的关键因素，不同的偶极矩夹角对应的辐射特性有时候千差万别。在图 3.4 中，我们分别计算了原子间距为$\lambda/4$、$\lambda/2$、λ和 2λ的情况下原子辐射特性与双原子偶极矩夹角的关系。可以看出，当原子间距小于半波长时，双原子系统的辐射特性不受偶极矩方向影响；当原子间距大于一个波长时，无论偶极矩方向如何，系统的集体行为都会变得微乎其微。

因此，能否在更大尺度上利用原子间强烈的偶极-偶极相互作用实现原子的超辐射或亚辐射等集体辐射行为，进而尝试制备非经典光场和非经典原子态，成为了我们非常感兴趣的话题，这对研究基于中性原子的量子计算系统中量子比特间的纠缠和作用意义重大。更具体地来讲，在实验上俘获间距小于一个波长的原子阵列是我们的努力方向。

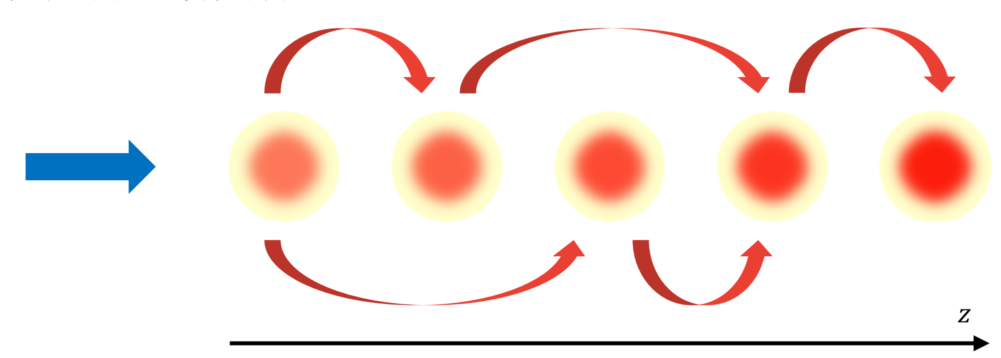


图 3.5 原子数为 5 的一维单原子阵列偶极-偶极相互作用示意图

3.3 一维原子阵列的集体辐射理论分析

在考虑两个原子的偶极偶极相互作用之后，我们进一步考虑原子数更多的一位单原子阵列的情况。当多个原子同时处于辐射场中时，每个原子都会产生电偶极矩，每个电偶极子本身也会释放辐射场。如图 3.5 所示，当一束光沿 z 方向入射时，处于r_n位置的原子感受到了光场的作用，同时还感受到了其他所有原子的辐射场，其总的电偶极矩为：

$$d_n = \epsilon_0 \alpha \left[E_L(z_n) + \sum_{m \neq n} G(z_n - z_m) d_m \right] \tag{3.9}$$

其中，$E_L(r_n)$为r_n处的入射光场，$G(r)$为电动力学中表示传播子的格林函数。为方便计算，我们将电偶极矩和格林函数无量纲化[55]：

$$D_n = \frac{ik_0^3}{6\pi\epsilon_0} d_n \tag{3.10}$$

$$g(z) = i\frac{6\pi\epsilon_0}{k_0^3} G(z) = \frac{3e^{ikr}}{2i}\left[\frac{1}{kz} + \frac{i}{(kz)^2} - \frac{1}{(kz)^3}\right] \tag{3.11}$$

在一阶近似下，一维方向任意位置z处的辐射场可以表示为：

$$E(z) = E_p e^{ikz} + \sum_{n}\sum_{m\neq n} g(z) D_n \tag{3.12}$$

进一步地，考虑到每个原子在z轴感受到其它原子的辐射场的方向都分为正负两个方向，上式可以进一步具体表示为[38]：

$$E(z) = E_p e^{ikz}\left\{1 + \frac{3}{2i(2i\delta - 1)}\left[\sum_{z_m<z}\frac{1}{k(z-z_m)} + \sum_{z_m>z}\frac{e^{2ik(z_m-z)}}{k(z_m-z)}\right]\right\} \tag{3.13}$$

其中，$\delta = \Delta/\Gamma_0$为归一化失谐。由于反方向的辐射场传播路径更长，随机相位$2k(z_m - z)$进一步抑制了反方向辐射场对每个原子的整体影响，因此我们可以只保留正方向的辐射场对原子的作用。一维原子阵列在空间的辐射光强分布为：

$$I(z) = |E(z)|^2 = \left|E_p\right|^2 \left|1 + \frac{3}{2i(2i\delta - 1)}\sum_{z_m<z}\frac{1}{k(z-z_m)}\right|^2 \tag{3.14}$$

取在$1/k(z - z_m)$为中心的级数展开最低阶，有：

$$I(z) = \left|E_p\right|^2 \left[1 - \frac{6\delta}{1+4\delta^2}\sum_{z_m<z}\frac{1}{k(z-z_m)}\right] \tag{3.15}$$

对于图 3.5 中的理想情况下原子间距为r的一维单原子阵列，理论上在无穷远处($z = \infty$)探测到的原子的集体辐射随失谐的变化如图 3.6 所示。在不同的原子间距下，一维单原子阵列会表现出不同的集体辐射特性：当$r = \lambda/4$时，原子阵列的辐射线宽明显小于Γ；当$r = 2\lambda$时，原子阵列的辐射线宽明显大于Γ。

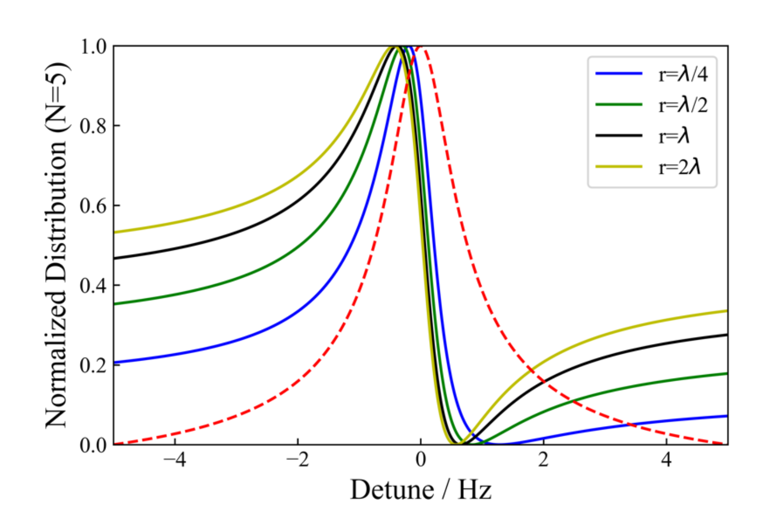


图 3.6 不同间距下一维单原子阵列无穷远处辐射场随激发光场失谐变化关系图

(图中红色虚线为单原子辐射特性分布图)

除此之外，一维单原子阵列系统的辐射特性还与原子数目有关。图 3.7 中我们分别对不同原子数的情形进行了计算。可以看出，原子数越多，原子间距小于辐射波长的原子阵列的集体效应越强。

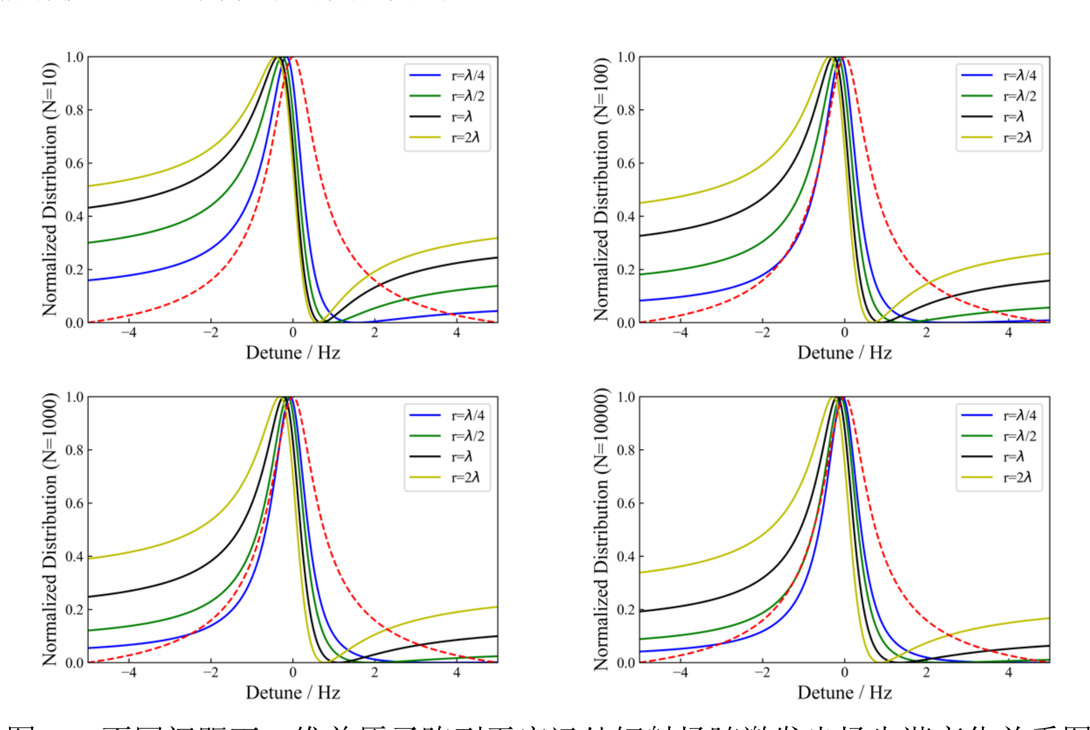


图 3.6 不同间距下一维单原子阵列无穷远处辐射场随激发光场失谐变化关系图

(图中红色虚线为单原子辐射特性分布图)

第四章 一维间距可调谐蓝失谐原子阵列的设计与俘获

4.1 一维蓝失谐阵列偶极阱的设计方案

上一章我们介绍了偶极偶极相互作用的基本原理，明确了原子间距对相互作用强度的影响。这一章我们重点介绍原子间距可调节的一维偶极阱阵列的设计方案，其整体结构如图 4.1 所示。

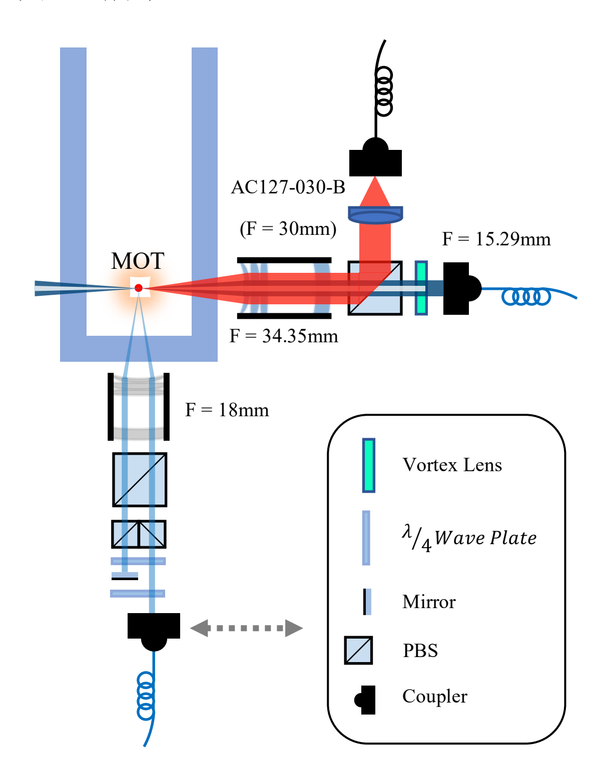


图 4.1 原子间距可调节的一位偶极阱阵列结构设计图

该蓝失谐一维偶极阱阵列主要由两部分组成。首先，受圆规机械结构的启发，我们通过选用多个偏振分束器(PBS)和波片，将一束入射光均分为关于透镜中心对称的两束偏振完全一致的光，进而利用双光束干涉原理在真空系统中构建一个蓝失谐光晶格，将原子团分成若干片层结构，通过改变入射光的位置即可调节两束光的间距，进而改变干涉条纹的间距。其次，我们在侧面通过一个螺旋相位片产生一束空心光束，这样我们在三维空间上构成了一连串闭合的蓝失谐瓶子阱，如图 4.2 所示。

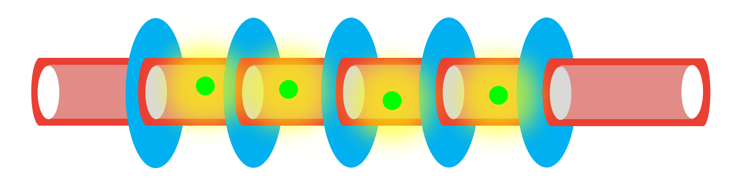


图 4.2 一维蓝失谐瓶子阱示意图

4.2 高斯光束的双光束干涉理论分析

高斯光束是量子光学中最常见的一类光学资源，其电场振幅分布满足关系：

$$E = \sqrt{I_0} e^{-\frac{r^2}{w^2}} \tag{4.1}$$

其中，r为光场的位置矢量，w 为腰斑大小，I_0为光功率密度。在我们的实验装置中，入射光耦合头焦距为 4.51mm，对应腰斑为$w_0 = 447.90\mu m$，瑞丽长度为$z_R = 808mm$，其功率为 350mW，波长为 780nm，光纤出射端面处距离实验室自制高数值孔径透镜组[56]的距离为 18cm。调节两个四分之波片使得透过 PBS 后的两束光光功率一致，每束光的光功率均为 160mW。在实验装置中，D 形反射镜与小 PBS 间距约为 l=1cm，小 PBS 的边长为 a=1cm，因此两束光的光程差为：

$$l_d = 2(l + a) \tag{4.2}$$

考虑反射镜的半波损，两束光的相位差为：

$$\phi_d = 2\pi l_d + \pi \tag{4.3}$$

由此可知，在经过大数值孔径透镜组之前，两束光的光斑半径分别为：$w_1 = 9.75\mu m$和$w_2 = 9.64\mu m$。

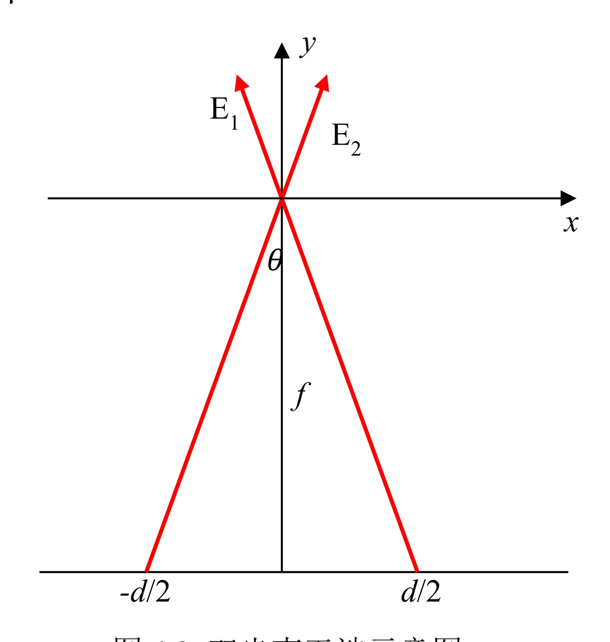


图 4.3 双光束干涉示意图

当高斯光束非傍轴经过透镜时，其传播方向和腰斑大小都会发生变化。设高斯光束在经过透镜前沿 y 轴方向传播，经过透镜后沿 x 方向发生偏折，如图 4.3 所示。由坐标轴变换，可得两束光的电场分布：

$$E_1 = \sqrt{I_1} e^{-\frac{(x\cos\theta)^2+y^2}{{w_1}^2}} e^{ikx\sin\theta} \tag{4.4}$$

$$E_2 = \sqrt{I_2} e^{-\frac{(x\cos\theta)^2+y^2}{{w_2}^2}} e^{-ikx\sin\theta+\phi_d} \tag{4.5}$$

其中，$\theta = \tan^{-1}\frac{d}{2f}$，$d$ 两束光的间距，f 是高数值孔径透镜组的焦距。由双光束干涉公式，x-y 平面内任意位置的光强分布为：

$$I = |E_1|^2 + |E_1|^2 + E_1{E_2}^* + {E_1}^*E_2 \tag{4.6}$$

当 d=18mm 时，计算得到的焦点处干涉图样如图 4.4 所示，这与我们实际中使用普通 CCD 观测的结果完全吻合。

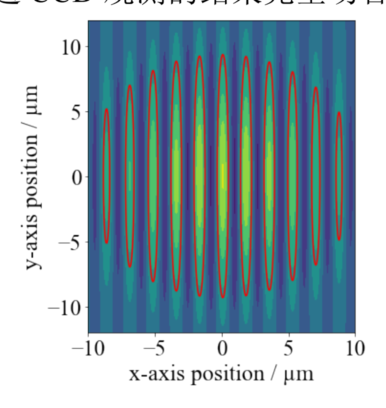
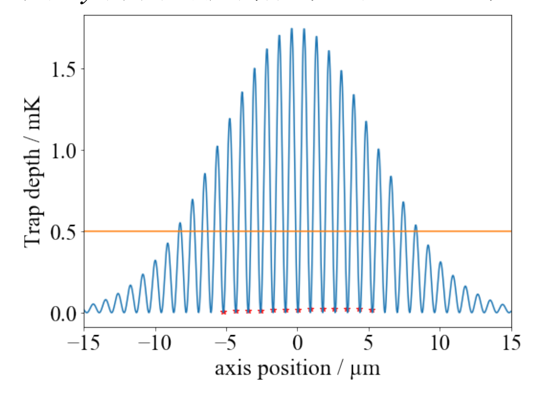


图 4.4 干涉条纹理论分布图与实际测量图

根据公式(2.6)，我们计算了双光束干涉条纹在 x、y 两个方向的阱深分布，如图 4.5 所示。假设原子团温度为 500μK，在 d=18mm 的情况下我们可以俘获 13 个单原子，原子间距为 660.66nm，原子在 x 方向的振荡频率为 500-600kHz，原子在 y 方向的振荡频率主要由空心光束的尺寸决定。



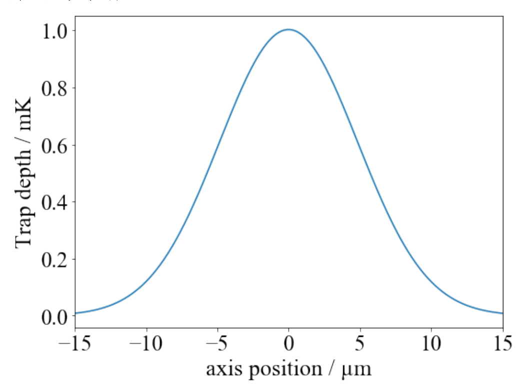


图 4.5 双光束干涉势阱在 x、y 两个方向的分布图

4.3 超几何分布高斯模式与螺旋光束

构成一维蓝失谐偶极阱阵列的另一大部分是用来封闭干涉条纹的空心光束。实验中我们采用拓扑核数为 1 的螺旋相位片产生拉盖尔-高斯一阶模来制备空心光束。此处拓扑核数指的是光经过螺旋相位片后旋转的相位与 2π 的比值，对应的相位片形状及拉盖尔高斯模式如图 4.6 所示。

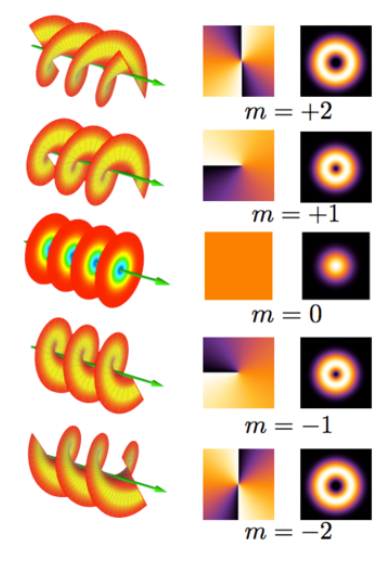


图 4.6 不同拓扑核数螺旋相位片相位分布图及其对应的拉盖尔高斯模式

空心光束在数学上可以用超几何高斯模式(Hypergeometric-Gaussian Mode)来描述：

$$u_{pm}=\sqrt{\frac{2^{p+|m|+1}}{\pi\Gamma(p+|m|+1)}}\frac{\Gamma\left(1+|m|+\frac{p}{2}\right)}{\Gamma(|m|+1)}i^{|m|+1}Z^{\frac{p}{2}}(Z+i)^{-\left(1+|m|+\frac{p}{2}\right)}$$

$$\rho^{|m|}exp\left(-\frac{i\rho^2}{(Z+i)}\right)e^{im\phi}\ {}_1F_1\ \left(-\frac{p}{2},|m|+1;\frac{\rho^2}{Z(Z+i)}\right) \tag{4.7}$$

其中，$\rho=\frac{r}{w_0}$为归一化的径向坐标，$Z=\frac{z}{z_R}$为归一化的轴向坐标，m 为拓扑核数，${}_1F_1\ (a,b;x)$是合流超几何函数。因此，求解超几何高斯模式的关键变成了求解合流超几何函数。合流超几何函数是可以通过求解 Kummer 方程得到。Kummer 方程及其通解的一般形式为：

$$z\frac{d^2w}{dz^2}+(b-z)\frac{dw}{dz}-aw=0 \tag{4.8}$$

$$M(a,b,z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a^{(n)}z^n}{b^{(n)}n!}=\ {}_1F_1\ (a,b;z) \tag{4.9}$$

其中，$a^{(0)}=1$，$a^{(n)}=a(a+1)(a+2)\cdots(a+n-1)$为递进阶乘。在我们的实验装置中，入射耦合头焦距为 15.29mm，功率为 570mW。在经过 34.35mm 的大数值孔径透镜组后，拓扑核数为 1 的空心光束在腰斑位置处对应的阱深分布如图 4.7 所示，其内侧半高全宽为 3.84μm，外侧半高全宽为 12.97μm，中心振荡频率为 61.14kHz。

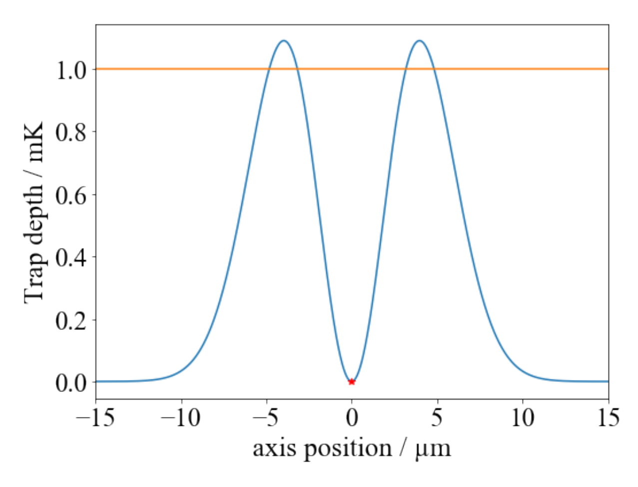


图 4.7 f=34.35mm 时的空心光束阱深分布图

在后续换用自制 f=55mm，N.A.=0.12 的透镜组方案中，入射耦合头选用焦距 75mm 透镜，对应腰斑位置处阱深分布如图 4.8 所示，其内侧半高全宽为 1.24μm，外侧半高全宽为 4.24μm，中心振荡频率为 303.89kHz。

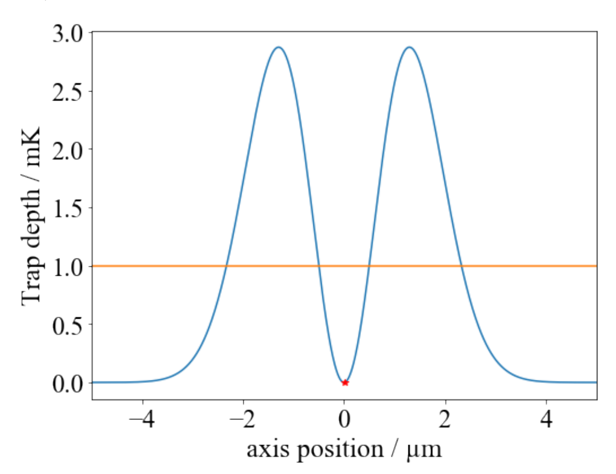


图 4.8 f=55mm 时的空心光束阱深分布图

4.4 磁光阱的设计方案

实验中，我们使用的真空系统窗口为 cell 形状，壁厚为 5mm，内侧边长为 20mm。在设计 MOT 结构时，我们在平台水平方向注入两对光束，在垂直于平台的方向注入一对光束，如图 4.9 所示。在设计水平面两束光角度时，需要综合考虑入射角度、光斑大小等多种因素。一方面，由于我们要将蓝失谐偶极阱阵列的间距尽可能做小，双光束干涉部分所用的大数值孔径物镜的焦距就应该尽可能小，因此 MOT 的中心位置就需要离 cell 的前端面尽可能近。另一方面，MOT 光束在尽可能保留介入空间的同时，也要考虑侧面空心光束的几何位置。

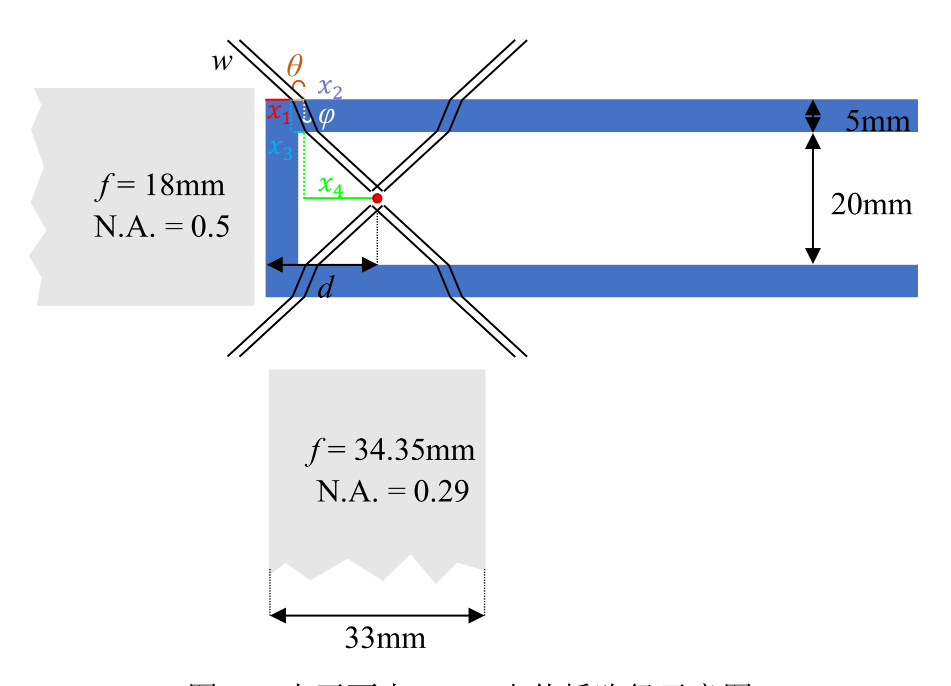


图 4.9 水平面内 MOT 光传播路径示意图

考虑到高斯光束的尺寸，设光束腰斑为 w，原子团到 cell 外前端面的距离为 d，cell 壁的折射率为 n，光束入射角为 θ，折射角为 φ，入射点距 cell 外前端面的距离为x_1，入射光束在 cell 表面投影的尺寸为x_2，光线在侧壁传播过程中的偏移量为x_3，折射光出射点距离 MOT 中心的水平距离为x_4。根据几何关系，有：

$$x_2 = w/\cos\theta \tag{4.10}$$

$$x_3 = 5\text{mm}\cdot\tan\varphi \tag{4.11}$$

$$x_4 = 10\text{mm}\cdot\tan\theta \tag{4.12}$$

$$\sin\theta = n\cdot\sin\varphi \tag{4.13}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = d \tag{4.14}$$

进一步地，为避免光束照射在 cell 粘连处发生散射，我们需要将入射光的位置进行限制。考虑到侧面空心光束使用的透镜组的外径为 33mm，我们进一步得到：

$$x_1 \geq 5mm \tag{4.15}$$

$$x_3 + x_4 + (f - 15mm)\tan\theta - \omega \geq \frac{33mm}{2} \tag{4.16}$$

MOT 光束通过一根芯径$w_0 = 2.5\mu m$的单模保偏光纤和耦合头出射，根据高斯光束腰斑变换公式，当耦合头透镜焦距为f时，MOT 光束的腰斑为：

$$w = \frac{f\lambda}{\pi w_0} \tag{4.17}$$

当双光束干涉部分的高数值孔径透镜组与 cell 前表面相距 1mm 时，我们得到了θ可选范围随f的变化关系，如图 4.10 所示。

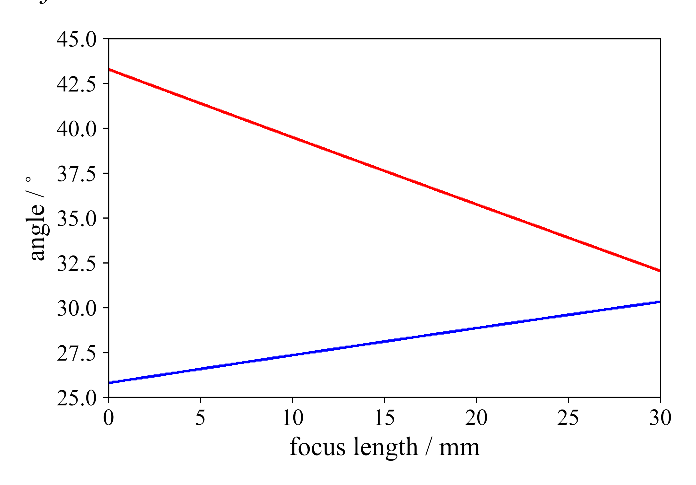


图 4.10 θ可选范围随f的变化关系图

综合考虑各项因素后，我们选择$\theta = 34^{\circ}$，$f = 15.36\text{mm}$的方案，对应的 MOT 光参数如表 4.1 所示。

表 4.1 MOT 光基本参数

MOT Beams Waist	1.67mm
MOT Position (from font side)	17mm
Angle of Two Horizontal Beams	68°
Cooling Beam Power	1.2mW
Repumping Beam Power	0.3mW

在实际的单原子俘获实验中，我们发现基于以上设计的 MOT，不论如何优化原子团的状态和偶极阱的位置，MOT 光都会引入一个强度较单原子信号高两个数量级的杂散信号，单原子信号完全淹没在了噪声中，因此我们需要分析杂散信号的引入机制，并尽可能地消除杂散信号以提高实验的信噪比。

通过进一步分析光束在 cell 中的传播过程，我们发现，当水平面内两束 MOT 光的夹角较大时，一小部分 MOT 光会通过 cell 的内表面反射到前端口，进而被高数值孔径透镜组收集，如图 4.11 所示。在解决这一问题的过程中，我们结合 cell 表面的镀膜特性分析得到，通过优化θ使得水平面内的 MOT 光在 cell 内表面经过两次反射后再从前端口透出可将杂散光消弱至少三个数量级。

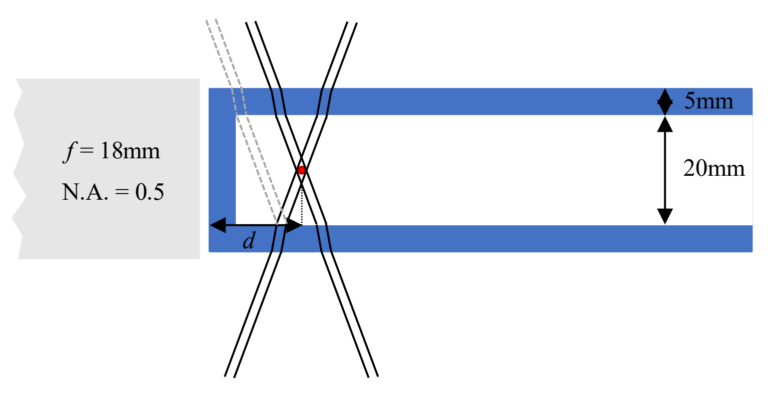


图 4.11 cell 内壁反射引起的杂散光分析示意图

由图 4.11 可知，水平面内的 MOT 光在 cell 内表面经过两次反射所需条件为：

$$d - 5mm \geq 3x_4 \tag{4.18}$$

这也是决定θ取值范围上限的因素。另一方面，由于空间的限制，我们将 d 重新调整为 10mm，空心光部分的高数值孔径透镜更换为 f=55mm、N.A.=0.12 的自制透镜组。考虑到侧面透镜组的尺寸，θ还需满足关系式(4.16)。

综合考虑各项因素，最终θ选取 18°，拍摄到的 MOT 图像如图 4.12 所示。

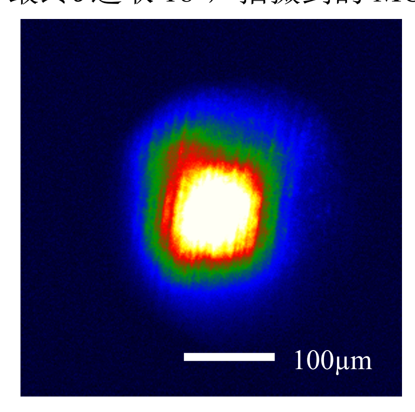


图 4.12 EMCCD 拍摄到的 MOT 图片

4.5 EMCCD 成像光路的设计

除了 MOT 和偶极阱之外，我们还需要一双“眼睛”去观测原子是否被俘获，继而通过一系列的实验操作来探究物理问题。这里用到的“眼睛”指的是电子增强型科学相机，简称 EMCCD，其感光精度可达单光子水平，在生物学、化学、物理学和天文学等方面应用十分广泛。

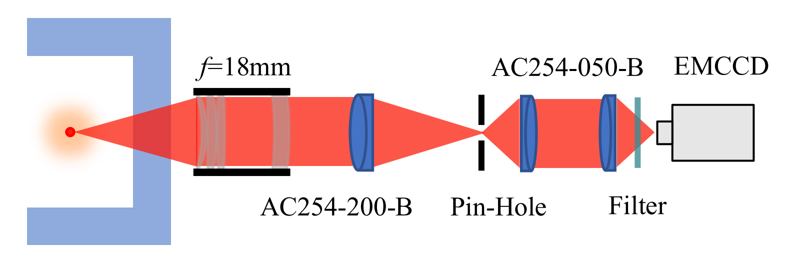


图 4.13 EMCCD 成像光路设计图

我们设计的成像系统如图 4.13 所示，其原理与望远镜成像相同，放大倍数为 11，EMCCD 感光面最小像素尺寸为 16μm，对应成像面的尺寸为 1.4μm。

4.6 偶极阱的基本参数性能

该偶极阱装置的的整体结构如图 4.14 所示。

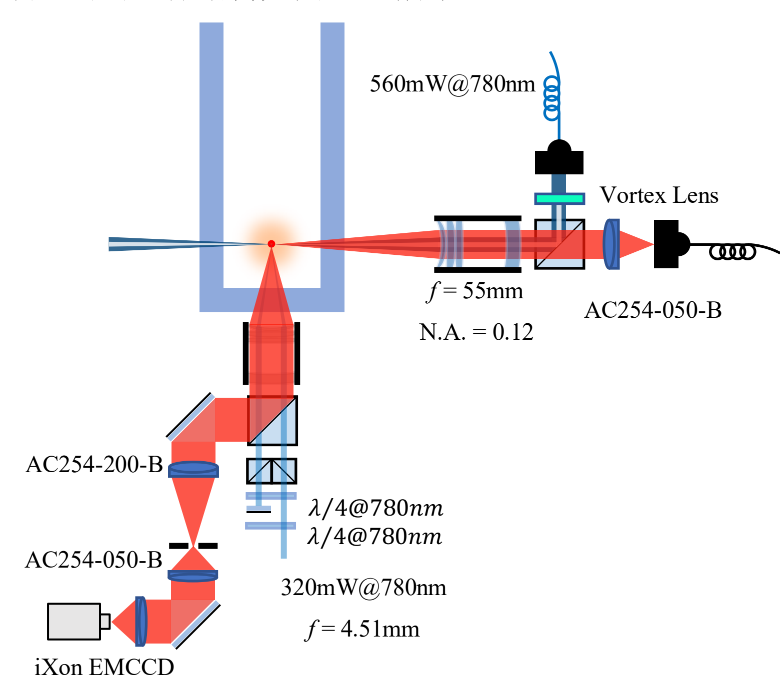


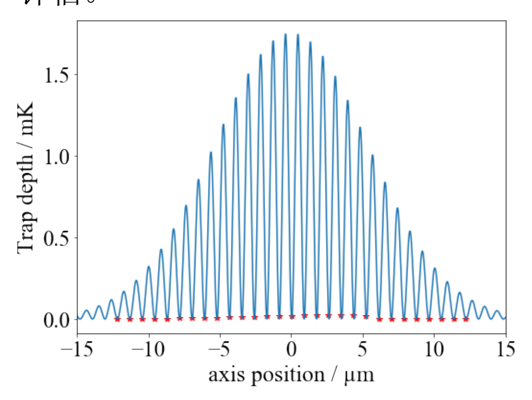
图 4.14 一维蓝失谐偶极阱阵列的的整体结构设计图

我们的设计预期目标是：

1. 相邻偶极阱间距小于 852nm
2. 能够俘获 5 个以上的单原子

3. 阱内原子振荡频率可满足后续亚多普勒冷却需要

根据上述设计方案，并结合实际因素，我们对该偶极阱装置进行基本的性能评估。



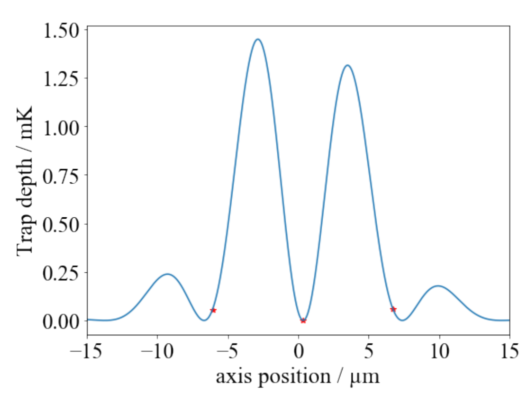


图 4.15 极限条件下俘获原子数目的评估

经测试，双光束干涉的光束间距变化范围为 2mm 到 18mm，计算可知偶极阱阵列间距的可变范围为 660.66nm 到 5.8μm，限制间距最小值的主要因素是两个小 PBS 前的四分之波片的波片架内沿尺寸。

实际实验过程中，原子温度经过偏振梯度冷却后的温度在 10μK 的量级。我们评估了在偶极阱光功率为 320mW 的情况下该装置所能俘获原子数的情况，如图 4.15 所示。当偶极阱间距最小时，最大可俘获 29 个原子，每个原子的中心振荡频率最小为 188.40kHz，最大为 663.94kHz，均满足边带冷却所需条件；当偶极阱间距最大时，最大可俘获 3 个原子，每个原子的中心振荡频率最小为 56.55kHz，最大为 60.70kHz。对于我们研究原子集体效应的实验而言，间距为 5.8μm 的原子阵列并没有太多实际意义，确需增加偶极阱数目时可进一步增加偶极阱光功率。

综合以上结果，我们的设计方案满足并远优于最初的需求，可利用该装置进行下一步的工作。

4.7 一维原子阵列的俘获

相较红失谐偶极阱而言，蓝失谐偶极阱对于原子来说是排斥势，俘获原子更为困难。考虑到未来的边带冷却，偶极阱的体积更小，这为我们直接俘获单原子阵列带来了很大的困难。为了确定直接俘获单原子的可行性，我们对偶极阱的体积以及 MOT 的原子密度进行了粗略的估算。

在装载原子时，我们将干涉条纹间距调节到 3μm 附近来增大阱的体积，此时的体积为：

$$V_{trap} = \pi r_1^2 r_2 \sim 30\mu\text{m}^3 \tag{4.19}$$

其中，r_1和r_2分别为空心光束的内侧半高全宽和双光束干涉条纹间距。因此，在此空间内俘获一个原子所需的最小原子密度为：

$$\rho_{trap} = \frac{1}{V_{trap}} \sim 3 \times 10^{16}\text{m}^{-3} \tag{4.20}$$

对于 MOT 而言，我们可以利用装置中的荧光收集端口，通过 SPCM 测量特定频率的 Probe 光照射下在特定立体角内收集到的荧光信号N_{counts}来判断原子数N_{atoms}[50]：

$$N_{atoms} = \frac{8\pi\left[1 + 4\left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right)^2 + 6\left(\frac{I_0}{I_{sat}}\right)\right]}{\Gamma\left(6\frac{I_0}{I_{sat}}\right) t_{exp}\eta_{count}\Omega} N_{counts} \tag{4.21}$$

其中，Δ为 Probe 光相对原子共振频率的失谐，Γ为原子能级的自然线宽，I_0为 Probe 光光功率密度，I_{sat}为原子的饱和光强，t_{exp}为荧光收集时间(bin time)，η_{count}为荧光手机效率，Ω为收集立体角，其计算公式为：

$$\Omega = 4\pi\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2\pi(1 - \cos\theta) \tag{4.22}$$

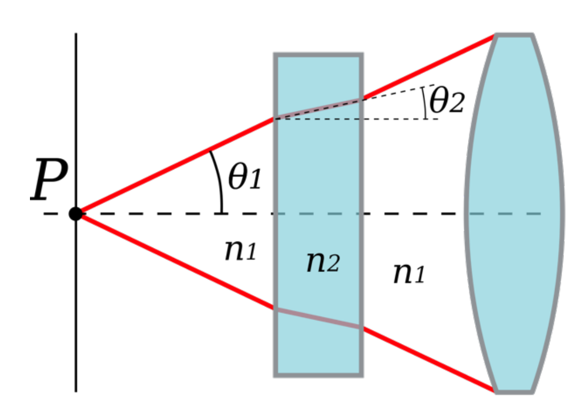


图 4.16 数值孔径与透镜组收集荧光的平面角的关系[57]

这里θ为透镜组收集荧光的平面角，如图 4.16 所示。数值孔径与θ满足：

$$N.A. = n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2 \tag{4.23}$$

由此可算得实验中使用的 N.A.=0.12 的透镜组对应的收集立体角为 0.11。此外，实验中 Probe 光功率为 1.2mW，失谐 10MHz，腰斑 1.67mm，$N_{counts} = 8000$，$\eta_{count} \approx 0.1$，$t_{exp} = 50\text{ms}$，可得$N_{atoms} = 13.372$。

要想得到 MOT 的原子数密度，我们还需要计算透镜收集立体角对应的收集体积，在圆柱体近似下，由几何关系得：

$$V_{col} = \pi w^2 DOF \tag{4.24}$$

其中，w 是收集光的腰斑大小，DOF 为透镜组的景深，其经验公式为：

$$DOF = \frac{\lambda}{2N.A.^2} \tag{4.25}$$

铯原子荧光的波长为 852nm，计算可得收集体积为 0.304mm³，MOT 的原子数密度为$4.40 \times 10^{10}\mathrm{m}^{-3}$。这比俘获单原子所需的最小密度小了 6 个数量级！考虑到激光器功率和 MOT 尺寸的限制，我们不得不考虑别的办法来提高原子团的密度。

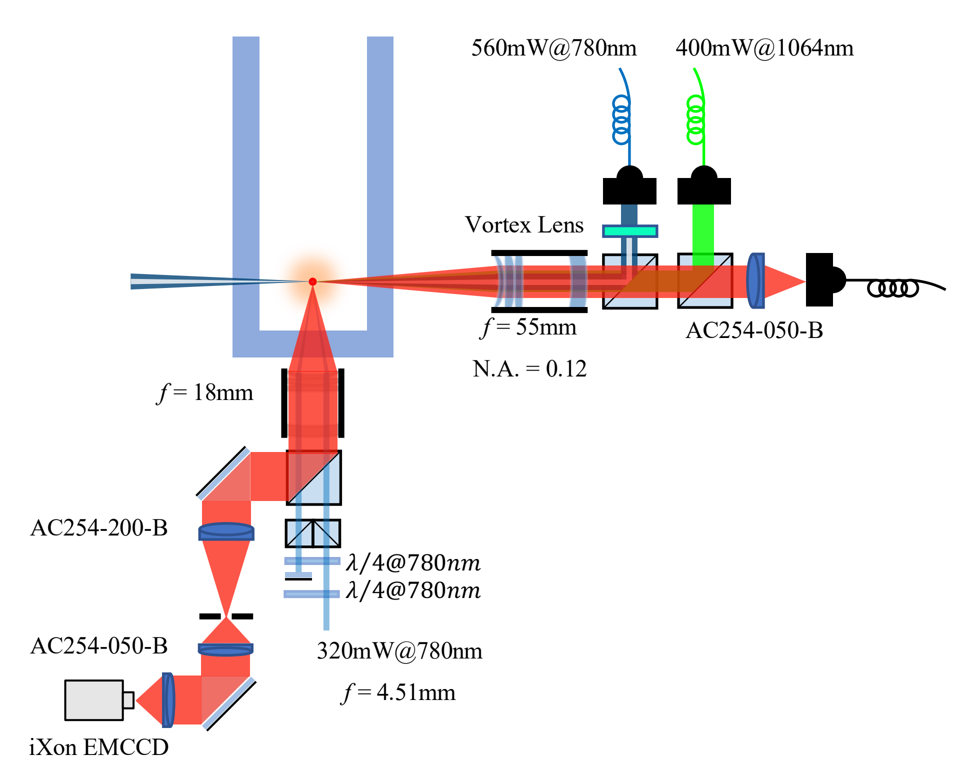


图 4.17 一维蓝失谐偶极阱阵列的的最终整体结构设计图

由于红失谐偶极阱对原子的吸引势，我们在原有的实验装置上又添加了一路大功率、大尺寸的 1064nm 红失谐偶极阱，整合后的实验系统如图 4.17 所示。1064nm 偶极阱将 MOT 中的原子吸引在一起，可明显提高原子数密度，其空间势能分布如图 4.18 所示。

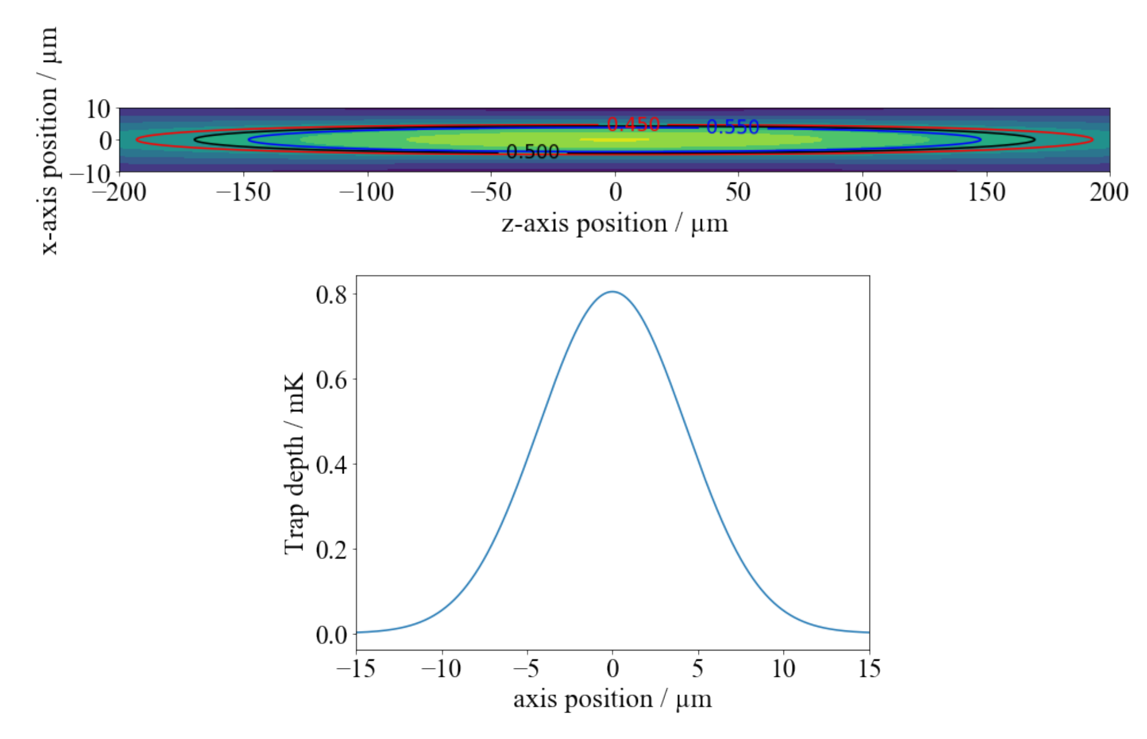


图 4.18 1064nm 红失谐偶极阱空间势能分布图

在实验中，我们首先通过 MOT 俘获原子团，然后做 10ms 偏振梯度冷却，此时原子温度约为 100μK，接着打开 1064nm 红偶极阱，在 EMCCD 上观察到的偶极阱中的原子如图 4.19 所示。我们继续在偶极阱中做 5ms 偏振梯度冷却，此时原子的温度约为 10μK，最后打开蓝失谐偶极阱阵列。最终，我们成功俘获了一维单原子阵列，如图 4.20 所示。

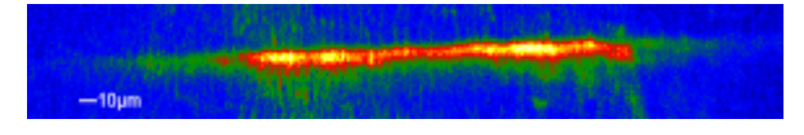


图 4.19 1064nm 红失谐偶极阱中的原子信号

尽管我们成功看到了一维单原子阵列的信号，但是其装载率很低，远不及进一步实验的需求，最主要的原因是原子团密度太小。未来我们可以从两方面入手解决这一问题：

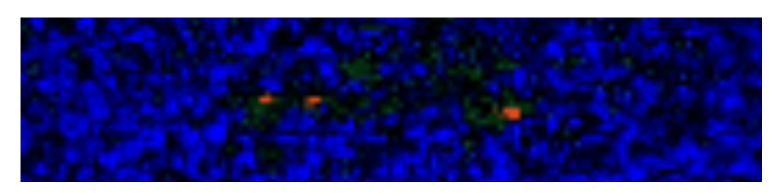


图 4.20 一维单原子阵列信号

1、进一步增大 1064nm 偶极阱的功率，适当减小尺寸，以提高其阱深；

2、在不影响后续边带冷却的情况下，适当增大空心光束的尺寸，以降低蓝失谐偶极阱所需的原子数密度；

3、在空心光束光路中添加一个电动透镜组，可在较大阱体积的情况下俘获原子，然后逐渐缩小尺寸至实验所需的条件。

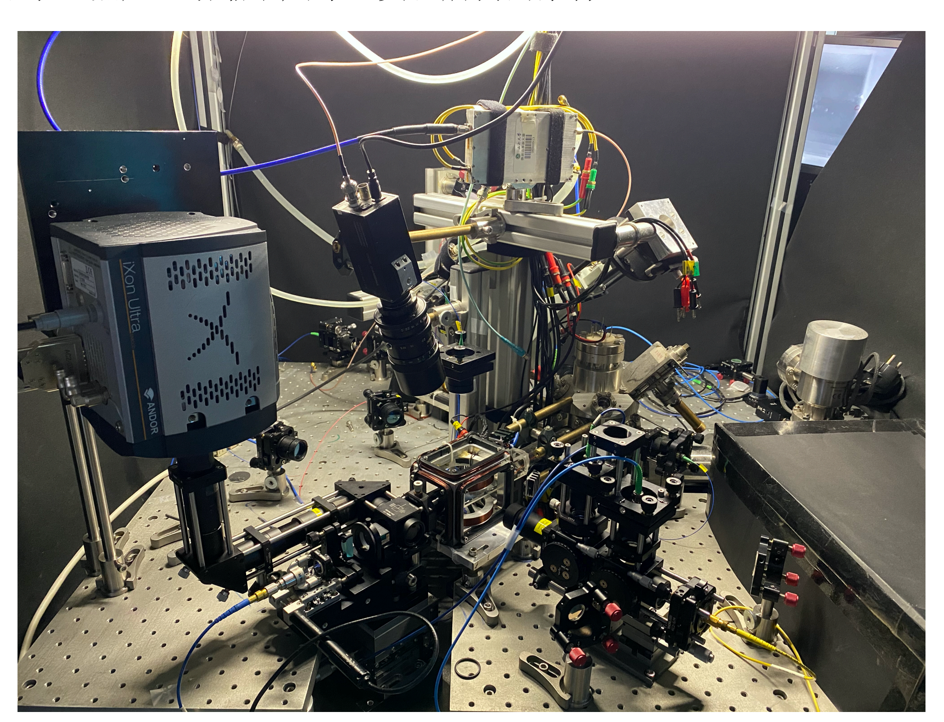


图 4.21 一维蓝失谐偶极阱阵列实验装置图

第五章 原子温度对集体辐射特性影响的定性分析

在成功俘获一维单原子阵列后，我们从实验的角度分析影响一维单原子阵列集体辐射效应的相关因素。

在理论上用全量子的手段来处理原子阵列系统中原子间相互作用问题，通常需要将系统的密度矩阵和耗散写出，利用主方程求稳态解。在分析原子的集体辐射问题时，需要进一步考虑每个原子的极化方向和空间位置，并据此计算任意原子间的相互作用，因此是非常复杂、且目前难以实现的。因此，在本章中我们从温度对一维原子阵列集体辐射的影响出发，定性地分析讨论不同温度下原子运动对实验的影响，并能为之后具体实验中出现的问题提供直观的判断依据。

5.1 原子温度对原子集体辐射的影响机制

在第三章中我们分析了在原子装载率 100%、原子温度为 0 的理想情况下原子间距和原子数目对原子阵列系统集体效应的影响。在实际的实验中，如第二章中对偶极阱的分析，原子的装载率不可能为 100%，但可以通过一些额外的手段移动原子来获得特定尺度的“装载率 100%”阵列[29-31]。原子的温度直接决定了原子的运动，进而影响了阵列的几何结构和不同原子间的相位。除此之外，由于空间各向异性的辐射分布，每个原子感受到的辐射场不可能完全一样，导致每个原子的散射截面也不尽相同，进一步导致每个原子对空间中特定方向的光场的感知能力也不同。

考虑俘获在偶极阱中的原子，其运动可视作简谐振动：

$$x = A\sin(\omega t + \phi_0) \tag{5.1}$$

其中，A 为原子在阱中的运动范围，在知道原子温度的情况下我们可以从第四章获得其对应的数值，如表 5.1。ω为原子运动频率，ϕ_0为原子的初始相位。由此可知，原子在阱中的速度为：

$$v = \dot{x} = A\omega\cos(\omega t + \phi_0) \tag{5.2}$$

假设$\phi_0 = 0$，在一定温度下，原子在$t = 0$时的最大速度服从麦克斯韦-玻尔兹曼速率分布：

$$f(v) = \sqrt{\frac{2}{\pi}\left(\frac{m}{kT}\right)^3}\ v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \tag{5.3}$$

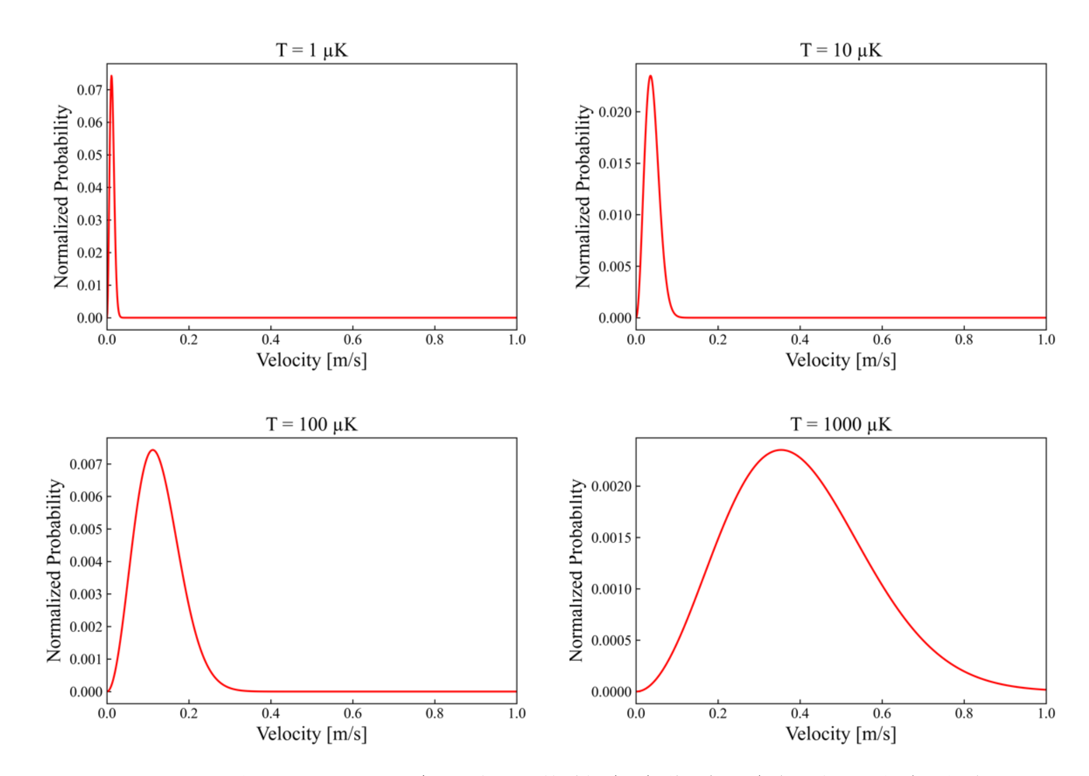


图 5.1 不同温度下归一化的麦克斯韦-玻尔兹曼速率分布

我们可以得到运动频率ω的分布函数：

$$f(\omega) = A^2\sqrt{\frac{2}{\pi}\left(\frac{m}{kT}\right)^3}\ \omega^2 e^{-\frac{mA^2\omega^2}{2kT}} \tag{5.4}$$

因此我们可以得到原子在阱中的运动分布与原子温度的准确关系。

对于原子散射截面，其计算公式为：

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + 4\frac{\delta^2}{\Gamma} + \frac{I}{I_{sat}}} \tag{5.5}$$

其中，$\sigma_0 = \hbar\omega\,\Gamma/(2I_{sat})$为共振散射截面，$\delta$为光场的失谐，$I = \hbar\omega/\sigma_0 \cdot e^{-ikr}/r$为原子辐射场在空间位置的功率密度。

围绕以上的理论依据，我们在下一小节中利用蒙特卡洛方法来模拟原子在实际过程中的辐射特性。

表 5.1 不同原子温度下原子在阱中的运动范围

T	X/m	Y/m (f=30mm P=560mW)	Y/m (f=75mm P=160mW)
1μK	1.2×10^{-8}	1.20×10^{-7}	2.00×10^{-8}
10μK	4.2×10^{-8}	3.00×10^{-7}	1.00×10^{-7}

100μK	1.38×10^{-7}	9.61×10^{-7}	3.00×10^{-7}
1000μK	5×10^{-7}	3.60×10^{-6}	1.00×10^{-6}

5.2 不同温度下原子集体辐射的蒙特卡洛模拟分析

根据式(5.1)-(5.4)，我们首先对不同温度下一维阵列中 5 个单原子的运动进行了模拟，如图 5.2 所示。

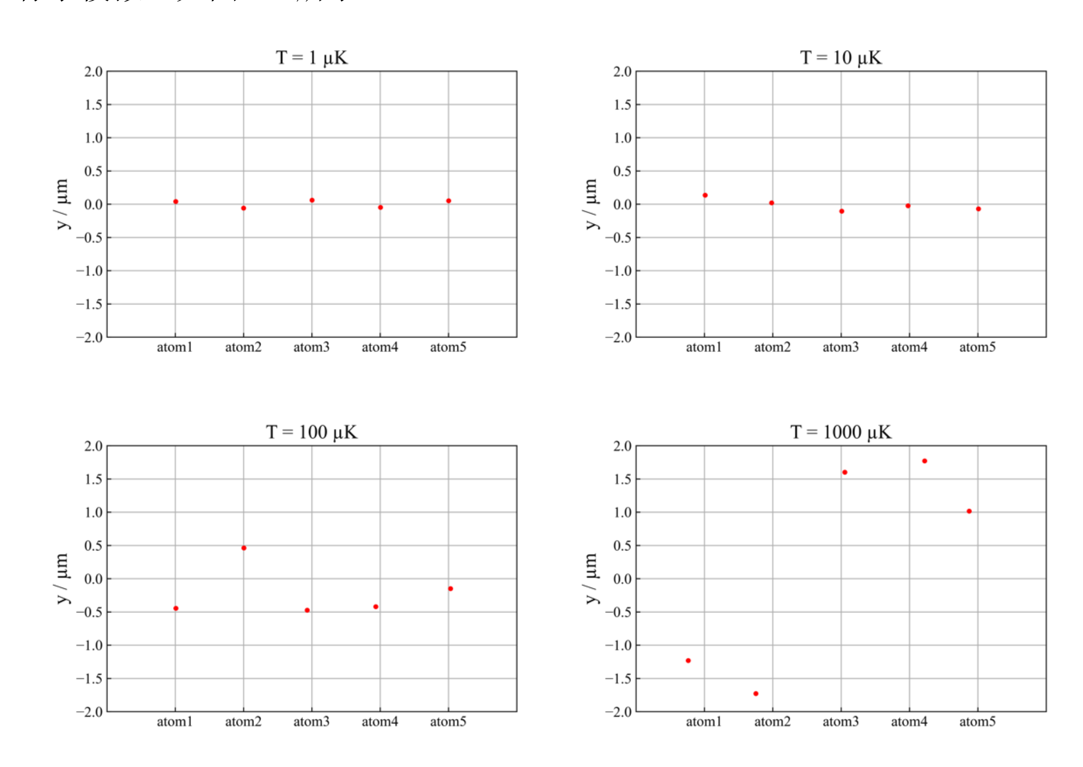


图 5.2 不同温度下原子的随机位置

在此基础上，我们根据公式(3.6)对任意两个原子的偶极偶极相互作用进行分析，计算两个原子之间的距离，并得到两个原子在自由空间中的辐射分布。根据公式(5.5)，可以计算出其他所有原子对应的散射截面，然后再逐个分析其他原子距离之前两个原子的连线距离是否小于各自的散射截面。若有其他原子满足条件，我们根据公式(3.12)继续计算三个原子在空间的辐射分布，并重新计算每一个原子的散射截面，重复上述过程，并不断修正空间辐射场分布和原子的散射截面，我们得到了不同原子空间分布下集体辐射的特性。

基于上述方法，我们分别对 T=1μk、10μK、100μK 和 1000μK 四种情况进行了 2000 次模拟，结果如图 5.3 所示。在该图中，我们将 5 个原子到 2 个原子的四种情况分别用蓝色、红色、黄色和灰色表示。

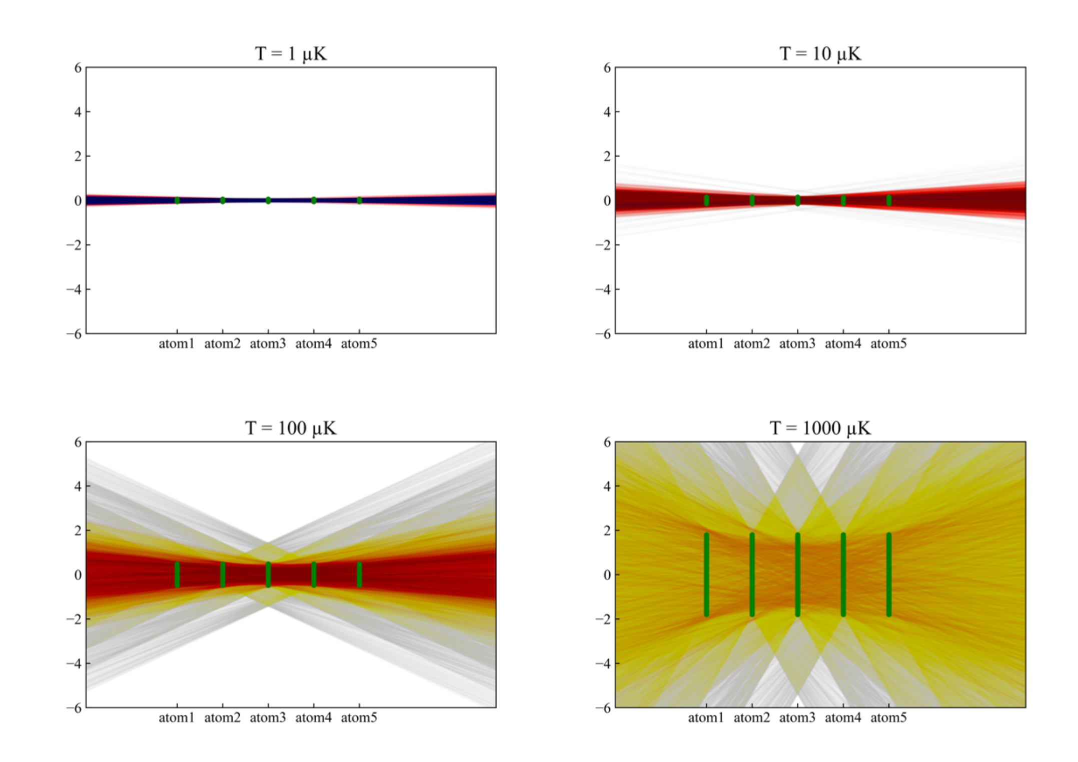


图 5.3 不同温度下原子集体辐射的空间特性(蓝色、红色、黄色和灰色分别表示5 个、4 个、3 个和 2 个原子参与集体作用)

进一步地，我们对上述四种情况又进行了 10000 次模拟，并对所有的集体效应进行了统计，直方图结果如图 5.4 所示。

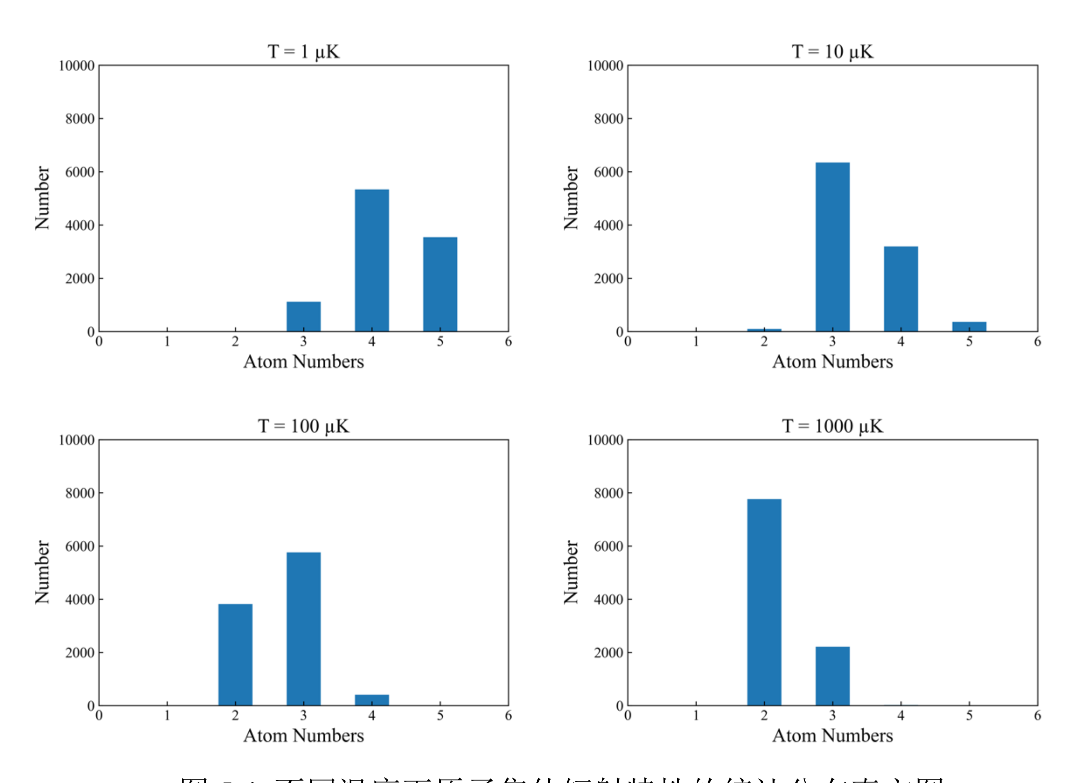


图 5.4 不同温度下原子集体辐射特性的统计分布直方图

进一步地，我们对上述四种情况又进行了 10000 次模拟，并对所有的集体效应进行了统计，直方图结果如图 5.4 所示。分析可知，当原子温度越低时，原子的位置起伏越小，原子辐射的发散角越小，越容易被其它原子感受到，参与集体作用的原子数目越多，原子阵列系统的偶极偶极相互作用也越强。

第六章 总结和展望

中性原子、离子和超导是最有望实现量子计算机的三大平台。随着技术的发展，中性原子在空间可拓展性方面展现出了独一无二的优势，并保持着迄今为止最大空间规模的记录，因此中性原子阵列吸引了很多科学家的兴趣。然而，在量子计算领域之外，中性原子阵列对于探究基本自然定律和基本物理规律也有非常重要的意义，例如原子间集体效应的探究、偶极-偶极相互作用的微观本质等。在目前为止已发表的相关实验文章中，几乎所有的方案都是使用驻波场来俘获一位原子阵列，鲜有在原子间距这一自由度上的进行的方案，而这一自由度几乎是研究原子阵列系统中原子集体效应最为关键的参数。在本文中，我们主要介绍了一种间距可调的偶极阱装置的设计方案，在实验上实现了单原子的俘获，并就单原子阵列中集体效应的空间辐射特性进行了初步的模拟和分析。

尽管我们已经实现了一维蓝失谐偶极阱阵列中单原子的俘获，但目前仍然存在装载率低、原子温度不够低等问题。在提高装载率方面，后续我们还需要进一步增大 1064nm 红失谐偶极阱的阱深来将原子密度提高 4-6 个数量级，或者重新调整 780nm 空心光束以进一步增大蓝失谐阱的空间尺寸。除此之外，我们还需要搭建边带冷却系统或更省空间的 gray molasses 系统来进一步冷却原子温度，使原子阵列中的每一个单原子都尽可能的达到“全同性”。

基于搭建的一维原子阵列系统，我们可以对许多基础的物理问题进行深入探究。例如，可以合理设计原子的温度和原子的间距，使得原子与原子之间发生同相(in phase)的耦合，此时原子系统的辐射特性会发生激烈的变化，在空间上某一个特定的范围内原子辐射的光子数均为偶数个，这为我们制备基于原子系统的压缩真空态提供了基本的实验平台。在实验上我们还可以利用边带冷却技术进一步降低原子温度到 nK 量级，此时所有原子全部参与集体辐射的概率大于 99%，也就说原子的辐射荧光的光子数始终为原子个数，并且在空间分布上会出现非常强烈的各向异性，这为我们研究如何利用多原子强耦合系统实现诸如 Fock 态和 N00N 态等非经典光场的制备，结合我们现有的空间关联测量技术[58]，也可以从更多的维度上探究量子态的奥秘。在考虑两个或者少个单原子时，该原子系统的空间辐射分布是可以精确求解的，我们可以在理论上精确设计不同的方案来开展实验。

当原子数目很大时，目前仍没有普适的理论方案，因此我们可以从实验上探索多原子强耦合系统的性质，进而探索与实验结果吻合的理论依据。在量子计算领域，我们可以利用该原子阵列系统，通过合理控制原子温度和原子间距，实现不同数目的单原子纠缠，进而可以尝试实现不同纠缠量子比特的量子编码、量子存储和量子逻辑门，这将有助于基于中性原子阵列的量子计算机的发展；我们也可以结合我们小组的“魔术波长”的理论方案[59]，进一步提高原子的相干时间。除此之外，我们还可以进一步将原子阵列激发到里德堡态，这样可以大幅度提高原子间的相互作用强度，进一步降低了我们利用自由空间强相互作用特性实现非经典态制备和量子计算的难度。

参 考 文 献

[1] Hänsch T W, Schawlow A L. Cooling of gases by laser radiation[J]. Optics Communications, 1975, 13(1): 68-69.

[2] Wineland D J, Drullinger R E, Walls F L. Radiation-pressure cooling of bound resonant absorbers[J]. Physical Review Letters, 1978, 40(25): 1639.

[3] Chu S, Hollberg L, Bjorkholm J E, et al. Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure[J]. Physical review letters, 1985, 55(1): 48.

[4] Raab E L, Prentiss M, Cable A, et al. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure[J]. Physical Review Letters, 1987, 59(23): 2631.

[5] Lett P D, Watts R N, Westbrook C I, et al. Observation of atoms laser cooled below the Doppler limit[J]. Physical review letters, 1988, 61(2): 169.

[6] Dalibard J, Cohen-Tannoudji C. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models[J]. JOSA B, 1989, 6(11): 2023-2045.

[7] https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1997/press-release/

[8] Anderson M H, Ensher J R, Matthews M R, et al. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor[J]. science, 1995, 269(5221): 198-201.

[9] https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2001/press-release/

[10] Ludlow A D, Boyd M M, Ye J, et al. Optical atomic clocks[J]. Reviews of Modern Physics, 2015, 87(2): 637.

[11] Hammerer K, Sørensen A S, Polzik E S. Quantum interface between light and atomic ensembles[J]. Reviews of Modern Physics, 2010, 82(2): 1041.

[12] Lukin M D. Colloquium: Trapping and manipulating photon states in atomic ensembles[J]. Reviews of Modern Physics, 2003, 75(2): 457.

[13] Tian Y, Yang P, Wu W, et al. Precision measurement of cesium 6S–7S two-photon spectra with single trapped atoms[J]. Japanese Journal of Applied Physics, 2019, 58(4): 042002.

[14] Saffman M, Walker T G, Mølmer K. Quantum information with Rydberg atoms[J]. Reviews of modern physics, 2010, 82(3): 2313.

[15] Henriet L, Beguin L, Signoles A, et al. Quantum computing with neutral atoms[J]. Quantum, 2020, 4: 327.

[16] Zhang T C, Wu W, Yang P F, et al. High-finesse micro-optical Fabry–Pérot cavity and its applications in strongly coupled Cavity QED[J], Acta Optica Sinica. 41, 1: 0127001

[17] Askar'yan G A. Action of the gradient of the intense electromagnetic field beam on electrons and atoms[J]. Sov. JETP, 1962, 42: 1568-1570.

[18] Letokhov V S. Narrowing of the Doppler width in a standing wave[J]. JETPL, 1968, 7: 272.

[19] Ashkin A. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure[J]. Physical review letters, 1970, 24(4): 156.

[20] Ashkin A. Trapping of atoms by resonance radiation pressure[J]. Physical Review Letters, 1978, 40(12): 729.

[21] Bjorkholm J E, Freeman R R, Ashkin A, et al. Observation of focusing of neutral atoms by the dipole forces of resonance-radiation pressure[J]. Physical review letters, 1978, 41(20): 1361.

[22] Ashkin A, Dziedzic J M, Bjorkholm J E, et al. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles[J]. Optics letters, 1986, 11(5): 288-290.

[23] https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2018/press-release/

[24] Frese D, Ueberholz B, Kuhr S, et al. Single atoms in an optical dipole trap: Towards a deterministic source of cold atoms[J]. Physical review letters, 2000, 85(18): 3777.

[25] Kuhr S, Alt W, Schrader D, et al. Deterministic delivery of a single atom[J]. Science, 2001, 293(5528): 278-280.

[26] Schlosser N, Reymond G, Protsenko I, et al. Sub-poissonian loading of single atoms in a microscopic dipole trap[J]. Nature, 2001, 411(6841): 1024-1027.

[27] Schlosser N, Reymond G, Grangier P. Collisional blockade in microscopic optical dipole traps[J]. Physical review letters, 2002, 89(2): 023005.

[28] Alt W, Schrader D, Kuhr S, et al. Single atoms in a standing-wave dipole trap[J]. Physical Review A, 2003, 67(3): 033403.

[29] Darquié B, Jones M P A, Dingjan J, et al. Controlled single-photon emission from a single trapped two-level atom[J]. Science, 2005, 309(5733): 454-456.

[30] Endres M, Bernien H, Keesling A, et al. Atom-by-atom assembly of defect-free one-dimensional cold atom arrays[J]. Science, 2016, 354(6315): 1024-1027.

[31] Barredo D, De Léséleuc S, Lienhard V, et al. An atom-by-atom assembler of defect-free arbitrary two-dimensional atomic arrays[J]. Science, 2016, 354(6315): 1021-1023.

[32] Barredo D, Lienhard V, De Leseleuc S, et al. Synthetic three-dimensional atomic structures assembled atom by atom[J]. Nature, 2018, 561(7721): 79-82.

[33] Grünzweig T, Hilliard A, McGovern M, et al. Near-deterministic preparation of a single atom in an optical microtrap[J]. Nature Physics, 2010, 6(12): 951-954.

[34] Huang H L, Wu D, Fan D, et al. Superconducting quantum computing: a review[J]. Science China Information Sciences, 2020, 63(8): 1-32.

[35] Häffner H, Roos C F, Blatt R. Quantum computing with trapped ions[J]. Physics reports, 2008, 469(4): 155-203.

[36] Weiss D S, Saffman M. Quantum computing with neutral atoms[J]. Physics Today, 2017, 70(7).

[37] Barredo D, Lienhard V, Scholl P, et al. Three-dimensional trapping of individual Rydberg atoms in ponderomotive bottle beam traps[J]. Physical Review Letters, 2020, 124(2): 023201.

[38] Glicenstein A, Ferioli G, Šibalić N, et al. Collective Shift in Resonant Light Scattering by a One-Dimensional Atomic Chain [J]. Physical Review Letters, 2020, 124(25): 253602.

[39] Bekenstein R, Pikovski I, Pichler H, et al. Quantum metasurfaces with atom arrays[J]. Nature Physics, 2020, 16(6): 676-681.

[40] Williamson L A, Borgh M O, Ruostekoski J. Superatom picture of collective nonclassical light emission and dipole blockade in atom arrays[J]. Physical Review Letters, 2020, 125(7): 073602.

[41] Masson S J, Ferrier-Barbut I, Orozco L A, et al. Many-body signatures of collective decay in atomic chains[J]. Physical Review Letters, 2020, 125(26): 263601.

[42] Rui J, Wei D, Rubio-Abadal A, et al. A subradiant optical mirror formed by a single structured atomic layer[J]. Nature, 2020, 583(7816): 369-374.

[43] Jones R, Buonaiuto G, Lang B, et al. Collectively enhanced chiral photon emission from an atomic array near a nanofiber[J]. Physical Review Letters, 2020, 124(9): 093601.

[44] He Y, Ji L, Wang Y, et al. Geometric control of collective spontaneous emission[J]. Physical Review Letters, 2020, 125(21): 213602.

[45] https://en.wikipedia.org/wiki/Magneto-optical_trap

[46] Foot C J. Atomic physics[M]. Oxford University Press, 2005, 191-192.

[47] https://en.wikipedia.org/wiki/Optical_tweezers

[48] Grimm R, Weidemüller M, Ovchinnikov Y B. Optical dipole traps for neutral atoms[M]//Advances in atomic, molecular, and optical physics. Academic Press, 2000, 42: 95-170.

[49] Kuppens S J M, Corwin K L, Miller K W, et al. Loading an optical dipole trap[J]. Physical review A, 2000, 62(1): 013406.

[50] Cohen-Tannoudji C, Dupont-Roc J. Experimental study of Zeeman light shifts in weak magnetic fields[J]. Physical Review A, 1972, 5(2): 968.

[51] Steck D A. Cesium D line data[J]. 2019.

[52] Li G, Zhang S, Isenhower L, et al. Crossed vortex bottle beam trap for single-atom qubits[J]. Optics letters, 2012, 37(5): 851-853.

[53] Ruostekoski J, Javanainen J. Quantum field theory of cooperative atom response: Low light intensity[J]. Physical Review A, 1997, 55(1): 513.

[54] Bettles R. Cooperative interactions in lattices of atomic dipoles[M]. Springer, 2017.

[55] Jackson J D. Classical electrodynamics[J]. 1999.

[56] Li S, Li G, Wu W, et al. High-numerical-aperture and long-working-distance objective for single-atom experiments[J]. Review of Scientific Instruments, 2020, 91(4): 043104.

[57] https://en.wikipedia.org/wiki/Numerical_aperture

[58] Cao J, Yang P, Tian Y, Wu W, et al. Measurement of High-Order Coherence of Light Field Based on Intensified Charge-Coupled Device[J]. Acta Optica Sinica, 39(7): 0712008, 2019

[59] Li G, Tian Y, Wu W, et al. Triply magic conditions for microwave transition of optically trapped alkali-metal atoms[J]. Physical review letters, 2019, 123(25): 253602.

攻读学位期间取得的研究成果

学术论文：

[1] Tiancai Zhang, **Wei Wu**, Pengfei Yang, etc., High-finesse micro-optical Fabry–Pérot cavity and its applications in strongly coupled Cavity QED, Acta Optica Sinica (Invited Review) (in press)

[2] Shaokang Li, Gang Li, **Wei Wu**, etc., High-numerical-aperture and long-working-distance objectives for single-atom experiments, Review of Scientific Instruments, 91, 043104

[3] Gang Li*, Yali Tian*, **Wei Wu**, etc., Triply magic conditions for microwave transitions of optically trapped alkali-metal atoms, Physical Review Letters, 123, 253602

[4] Yali Tian, Pengfei Yang, **Wei Wu**, etc., Precision measurement of cesium 6S–7S two-photon spectroscopy with single trapped atoms, Japanese Journal of Applied Physics, 58, 4

[5] Jinkai Cao, Pengfei Yang, Yali Tian, **Wei Wu**, etc., Measurement of high order coherence of light field based on enhanced CCD, Acta Optica Sinica, 39, 7

学术会议：

[1] Extending the coherence time of optically trapped single cesium atoms by triply magic conditions, The 2nd Youth Forum on Optical Quantum Information. (Poster)

[2] Measurement of complete and continuous Wigner functions for discrete systems using a single atom, The 18th National Conference on Quantum Optics. (Oral talk)

资助项目：

[1] 2017.09 – 2019.09，山西大学物理学优秀人才培养计划，金额 24000 元

[2] 2018.09 – 2021.06，山西大学“推荐免试研究生专项奖学金”，金额：24000 元

[3] 2019.05 – 2019.08，山西大学“2+4 双一流学科建设”国际交流专项经费资助赴法交流，金额：34749 元

[4] 2020.01 – 2023.12，国家自然科学基金面上项目“基于微光学腔中单光子-单原子相互作用的量子逻辑操控” (参与)

[5] 2020.12-至今，欧盟委员会“玛丽·居里”项目资助 (MSCA COFUND 847471)

致　谢

三年前，在写本科毕业论文致谢的时候，在已经确定继续在山西大学继续攻读研究生后，我的内心并没有对母校的告别之意，更多的是对本科生活的回忆和感想；而到现在，当真的要告别这个学习和生活了七年的地方时，我的心情是非常沉重和复杂的。三年前，我还是一个浑身洋溢着懒惰散漫、时骄时燥、自私刻薄的中二少年，看待问题和事物不加深入思考，对待朋友亲人肆意妄为；而到现在，我仿佛变了一个人，和别人说的相反，我变成了自己曾经最喜欢的模样。

三年硕士的求学之路，是我漫漫人生中非常重要的成长阶段，是我终身难忘的宝贵记忆。

我最想感谢我的父母和我的奶奶，你们在过去的二十四年里承担着我的一切，让我能够无忧无虑地做自己喜欢的事情，你们尊重我的每一个想法和决定，你们又总能在我要犯错误的时候、我要走弯路的时候及时指出问题、及时提出建议。感谢你们付出的所有，我会永远铭刻于心。

我要感谢我的导师张天才教授。张老师虽然平日公务缠身，没有太多的时间和精力参与具体的实验，但是张老师对物理问题的理解和看待物理问题的方法让我受益匪浅，张老师宽容友好、淡定从容的待人接物之道是我一直学习的方向。感谢张老师在我硕士毕业阶段认真细致地修改论文和辛勤指导，让我在写作中学会了基本的论文写作技能；也非常感谢张老师推荐我到国际顶尖小组交流学习，使我有机会感受多元化、国际化的科学氛围。

同时，我要感谢我朝夕相处的副导师李刚教授。李老师才华横溢，对很多物理问题都有自己的理解，并总能设计出切实可行的实验方案；李老师严谨细致，总能敏锐地指出很多实验的细节问题，值得我认真学习。感谢李老师纠正我在实验工作中浮躁浅薄的毛病，教会我踏踏实实做实验的科学态度。

我要感谢法国科学院光学所的 Igor Ferrier-Barbut 研究员，在法国短短一百天的交流学习中，Igor 像一个相识已久的大哥哥，手把手教会了我进行研究的基本方法，教会了我如何深入思考问题，如何顺利开展实验工作，如何处理日常实验问题等终身

受用的实验思想，并在我寻找博士岗位时给予了很多帮助。虽然最终未能如愿继续与 Igor 一起开展博士工作，但我会永远关注 collective effect 的工作。愿不久的将来，我能带着自己的香槟，在 IOGS 的小院子里与大家重聚！

我要感谢实验室的张鹏飞副教授、张玉驰博士、张静教授等老师一直以来的关心和照顾，感谢王志辉、杨鹏飞、李少康、王鑫、左冠华、王勤霞、贺海、宋丽军、王晨曦、田壮壮、赵俊祥、刘岩鑫、范青、宫海亮、周静、张文杰、李静、杨鑫鑫、常昊博、张佳羽、胡裕栋、闫玮植、张沛等还在实验室奋力拼搏的各位同学在工作和生活中的帮助和陪伴，感谢已毕业的李杰、王晓勇、田亚莉等师兄师姐的教导和指引。感谢优才计划的马杰教授和宿星亮副教授等领导和老师在整个计划中的培养和帮助。

感谢量子光学学报李翔艳、中央电视台凌颖、北京信息科技大学杨舒雅、北京保障性住房中心加莉娟、大连理工大学杨琪琪等好朋友三年来的陪伴、关心和照顾，感谢华为 2012 实验室马晓彬博士和杨江陵博士、百度量子实验室晋力京博士、中科院精密测量院冯芒研究员在我寻求硕士实习过程中给予的帮助和认可，感谢太原理工大学薛海斌副教授、日内瓦大学姚和朋博士、巴黎高师 LKB 实验室吴海腾博士在我寻求博士岗位过程中的帮助。感谢阿姆斯特丹大学 Florian Schreck 教授和弗赖堡大学 Tobias Schätz 教授提供的博士机会和对我的认可。

最后，感谢陪伴我第五个年头的女友，感谢你给予我源源不断的动力。我们的未来还很长，把你放在最后，以后慢慢聊。

毋　伟

2021 年 05 月 01 日

个人简况及联系方式

个人简况

毋伟，男，中共党员，1996 年 11 月生，山西平遥人。

2018 - 2021，　光　学　，山西大学，　硕士

2014 - 2018，　物理学(国家基地)　，山西大学，　学士

联系方式

电话号码：15735170939
电子信箱：wuuwwei@gmail.com
个人主页：https://www.quatm.com/

承　诺　书

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是在导师指导下独立完成的，学位论文的知识产权属于山西大学。如果今后以其他单位名义发表与在读期间学位论文相关的内容，将承担法律责任。除文中已经注明引用的文献资料外，本学位论文不包括任何其他个人或集体已经发表或撰写过的成果。

作者签名：

2021 年 06 月 01 日

学位论文使用授权声明

本人完全了解山西大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关机关或机构送交论文的复印件和电子文档，允许论文被查阅和借阅，可以采用影印、缩印或扫描等手段保存、汇编学位论文。同意山西大学可以用不同方式在不同媒体上发表、传播论文的全部或部分内容。

保密的学位论文在解密后遵守此协议。

作者签名：

导师签名：

2021 年 06 月 01 日